

کتابخانه تصنیف سید کاظم علی راجہ آبادی

۱۸۲۷

نمبر دہندہ

تاریخ دہندہ

الملا علی البہمدی المنذر الوصفی

نام کتاب

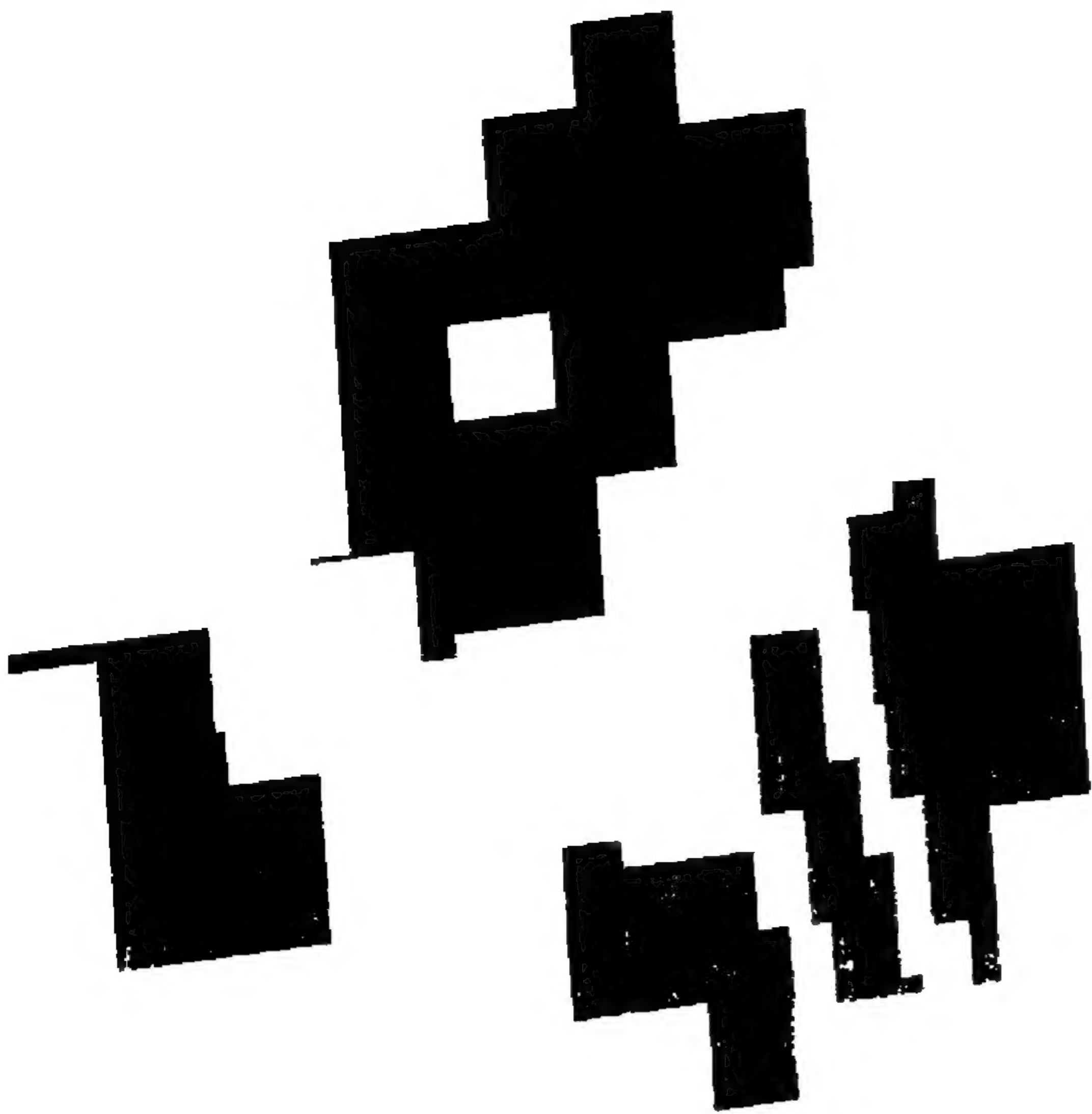
فن کتاب

راہی

۳۹۳

ب

نمبر کتاب و فن مذکور



داغزن	۱۶۳۶۶
فزان	ب م
مخاب	۴۳۹

الآلى البهيه
فى الهندتة الوصفيه

بسم الرحمن الرحيم

جدل يامن عرف بكال الوصفيه وتنزه عن التشبيه والجسميه اكل واجب
دام بحقه اللسان واحسن حلية يتحلى بها الانسان واجل ممدود من افواه
المخابر واحسن مرسوم فى صدور الدفاتر وشكر لياذا النعمة والعطاء
مجلبة لزيادة الآلاء فسبحانك يا مصورا اشكال المخلوقات ومزين مساقط
انغيب باواع النبات وحافظ الطير فى الفراغ من السقوط وممسك السماء
بلا عمد عن الهبوط ارسيت الجبال على مستوى الغبراء وزينت بالانجم
ازهر محيط الجرباء نسألك ياذا العزة الباهره والقدرة التامة القاهره
ان تصلى على مركز دائرة الكمال نبيك المبعوث فى خير آل محمد القاطع
بالبتر الحداد رؤس اهل الشرك والعناد صلى الله عليه وسلم وشرف وكرم
وعظم وعلى آله الذين اقاموا عمود الدين بمستقيم الحجج والبراهين

ما استبان الضياء ودرجت الظباء وتناولت الحرباء في هاجرة البيداء (وبعد)
 فالرياضة غذاء الارواح ومناط جل مصالح الاشباح بها كمال النفوس
 البشرية واصلاح كل خلل ملكي ورزية فهي عند العقلاء اجل صناعه
 يربح سعيه من اتخذاها بضاعه بل بها تزداد القوة العاقلة وتقوى في ميدان
 المناضلة لكونها غير ظنية الدلائل فلا يؤثر فيها سهم المناضل بل هي
 قطعية البراهين مؤسسة على المشاهدة واليقين ولا يبعد ان تكون سببا
 للنجاح ومجلبة لرضاء الفتح لان بها صلاح العباد وزوال ما يعتريهم
 من ضرر العناد وبالجمله فهي بكل ثناء حربه لاسيما الهندسة الوصفية
 التي هي لغة المهندس ولسانه من عرفها جل عند العقلاء مكانه ومن
 لم يعرفها لم يعرف رسما ومن كان في هذه اعشى فهو في الآخرة اعشى فلا
 يمكنه وصف مشاهد سواء تقارب منه او تباعد هذا ومن جملة ما انتظم
 في سلك التعريب وتداولته ايدى التصحيح والتهذيب كتاب في هذا الفن
 جديد الاعمال حسن الترتيب ليس له مثال ترجمه الماهر الليب والعامل
 الارب صاحب الاخلاق الحسان ابراهيم افندي رمضان ولما اكل
 تعريبه وتدريسه في مدرسة الهندسة بنفسه المهندسخانة الخديوية
 معدن النفائس الرياضية تداولته ايدى التصحيح ونقحته غاية التنقيح فقابله
 على اصله الفرنسي من هو للمهارة حاوى صاحبي الذي أنق به ودليلي
 حسن افندي المصحح الجليل فاطلق عنان قلبه فيه وصححه وامعن نظره في
 ترجمته واصلحه ثم وصل الى يد راجي غفر الاوزار ابراهيم الدسوقي عبد الغفار
 فهذب عباراته ومبانيه وحرر بعد السؤال معانيه وبذل فيه غاية
 الجهود ونظمه نظم اللآلى في العقود مع مقابلة الثاني و مترجمه الاول
 ليكون بذلك اتقن واكمل ولا يلزم على تحسين مبناه الاخلاص بشئ
 من معناه كان ذلك باحر من يجيبه السعد بليك سعادة امير اللواء ادهم
 بيت نازان محفوقا بالالطاف الخفية مشمولا بالاسعافات الداورية
 وفاء بواجب خدمة صاحب السيادة والعطايا المورثة للسعادة من ملأ

بجوده رقاب العباد وعم كرمه منهم الحاضر والباد رب الفطنة القوية
والرأى العلى ولى نعمتنا الحاج محمد باشا على ايد الله بيمه وكرمه دولته
وسدد بظهره وقوته صولته ولازال مسعود الاوقات دائم الحظوظ والمسرات
مجاب المبادى مكبوت المعادى بجاه من ركب البراق وارتقى
السبع الطباق ولما تهيأ التمام ولبس وشاح الختام وسمته باللاكى البهية
فى الهندسة الوصفية وقد ان ان تشرع فى المقصود فنقول بعون الله
الملك المعبود

(الجزء الاول)

(في النقطة والمستقيم والمستوى)

(الباب الاول)

(تفہيمات اولية)

(١)

الهندسة العادية تین تبینا تاما الوضع النسبی لاجزاء شکل ما کائن کله
فی مستو واحد لكنها غير كافية فی بیان العمليات اللازم اجراؤها فی الفراغ
كما يظهر ذلك بامثلة سهلة جدا

ومن المعلوم ان بعد نقطة عن مستوى بقدر بالعمود النازل من هذه النقطة
على هذا المستوى لكن كيفية تبين اتجاه هذا العمود وكيفية تعيين نقطة تقابله
بالمستوى لا تخلان بالهندسة العادية لان طرقها الرسمية غير كافية فی ذلك
فلذا لزم استعمال طرق خصوصية تتعلق معرفتها بالهندسة الوصفية فعلى
هذا تعريف الهندسة الوصفية بان الغرض منها معرفة رسم ذی الثلاثة
ابعاد على فرخ من ورق ذی بعدین فقط غير صواب لان هذا الغرض ليس لاجزائها
واهيا منها فاتها زيادة عن ذلك تین طرق بحث يصح تطبيقها مع الفائدة
التامة على جميع المسائل العملية للوضع النسبی والتحليلات الجبرية يمكن حل
مسائل النسب الميترية وبالجملة فبمجموع هذين الفرعين الرياضيين يمكن
حل اى مسألة كانت

وقد قال المهندس منج فی الهندسة الوصفية انها لغة المهندس فلا بد له حينئذ
من معرفة قراءة لفته وكتابتها

ثم ان جميع اشغال المهندس لا تخرج عن مسثلين

الاولی الوصف اعنى رسم صورة جسم او عدة اجسام على فرخ ورق بحيث

* (٢٤) *

يمكن تكونها فيما يراى تكونها فيه من الحال
الثانية التصوراى انه بعد تخيل جسم او عدة اجسام يعمل رسمها بحيث يمكن
ابرازها خارجا بالضبط بواسطة هذا الرسم

* (٢) *

متى تحرك مستو او اى سطح كان لا يعتبره تغير فى جزء من اجزائه ولا فى اوضاع
النقط بالنسبة الى بعضها ولا فى اوضاع خطوطه فى وقت تامن اوقات الحركة
ولا فى مقادير الزوايا الحادثة بين خطوطه ولا فى طول خطوطه المحدودة ومتى
دور مستو حول خط تقاطعه بمستو آخر حتى اتحد معه يقال لذلك انطباق
المستوى الاول على الثانى وهذه العملية تتكرر كثيرا فى الهندسة الوصفية
لتحويل بعض تراكييب على فرخ من ورق لم تكن فيه ويتحصل ذلك ايضا
باعتبارات اخرى كثيرة الفائدة

* (فى بيان النقطة) *

* (٣) *

متى امكن ايجاد جميع تقاطع اى جسم اوسط او خط بواسطة معالم علم الجسم
او السطح او الخط فيجب حينئذ قبل كل شئ معرفة ثبوت وضع اى نقطة
فى الفراغ * ويستعمل لذلك عدة طرق نشرحها فيما بعد اسمها هو اعتبار
مستويين يتقاطعان فى زوايا قائمة كما فى (شكل ١) بفرض احدهما
ق ق اقويا والاخر ر ر رأسيا وخط تقاطعهما خ ض يسمى بخط
الارض وكل من هذين المستويين اللازم تصورهما ممتدين الى غير نهاية يقطع
الاخر الى جزئين او جهتين يسمى الجزء خ ض ق من المستوى الافقى
الكائن امام الرأسى بالجزء المقدم والجزء خ ض ق الكائن خلف المستوى
الرأسى يسمى بالجزء المؤخر والجزء خ ض ر من المستوى الرأسى الكائن
فوق المستوى الافقى يسمى بالجزء الاعلى والجزء خ ض ر الموجود اسفله
يسمى بالجزء الاسفل ويتكون ايضا من هذين المستويين اربع زوايا زوجية

تميز باسماء الاجزاء المكونة هي منها

فالزاوية $ق خ ض ر$ تسمى الزاوية المقدمة العليا ويرمز لها بالرمز $\overline{م ع}$
والزاوية $ق خ ض ر$ تسمى الزاوية المؤخرة العليا ويرمز لها بالرمز $\overline{خ ع}$
والزاوية $ق خ ض ر$ تسمى الزاوية المؤخرة السفلى ويرمز لها $\overline{ح س}$
والزاوية $ق خ ض ر$ تسمى الزاوية المقدمة السفلى ويرمز لها $\overline{م س}$

(٤)

اذا تقرر ذلك يقال اذا انزلنا من النقطة الفراغية $م$ عمودا $م د$ على
المستوى الافقى $ق ق$ تسمى النقطة $د$ التي هي اثر هذا الخط بمسقط
النقطة $م$ الافقى والعمود $م د$ بالخط المسقط اقلياً للنقطة $م$ وكذلك
اذا انزلنا $م ع$ على $ر ر$ يكون الاثر $ع$ لهذا المستقيم مسقط النقطة
 $م$ الرأسى ويكون خط $ع م$ الخط المسقط رأسياً للنقطة $م$

(٥)

اذا امر مستويين $م د$ و $م ع$ يكون الشكل $م د ع$ الكائن
في هذا المستوى بالضرورة مستطيلاً ويكون المستوى زيادة عن ذلك عموداً على
 $ق ق$ وعلى $ر ر$ فيكون بالضرورة عموداً على $خ ض$ فينتج اولاً ان
البعد $م د$ اى من النقطة $م$ الى المستوى الافقى يساوى البعد $ع و$
اى من مسقطها الرأسى الى خط الارض
وثانياً ان البعد $م ع$ اى من النقطة $م$ الى المستوى الرأسى يساوى
البعد $د و$ اى بعد المسقط الافقى عن خط الارض
وثالثاً اذا انزلنا من مسقطى نقطة واحدة عمودين على خط الارض فانهما
يقطعانه في نقطة واحدة

(٦)

المسقطان $د و$ $ع$ للنقطة $م$ يعينان موهبها في الفراغ وذلك ان

* (٥) *

النقطة توجد على عمود المستوى ق ق القائم من المسقط الافقي د على بعد يساوي وع فينثذ اذا اخذ بعد د م = وع تكون النقطة م هي النقطة المطلوبة وتحصل ايضا بأخذ ع م = د على عمود قائم من النقطة ع على المستوى الرأسى ر ر وبالجملة فالعمودان القائمان من النقطتين د وع على المستويين ق ق و ر ر يكونان في مستوا واحد فينثذ يتقاطعان في النقطة م التي مسقطها د وع

* (٧) *

وتعين النقطة اذا كانت على مستقيمين او على مستقيم ومستو وبهذه الكيفية تعين النقطة دائما لان معنى تعيين مسقطى نقطة ما كون النقطة على مستقيمين عمودين على مستويي المسقط ومارتين من المسقطين المعلومين

* (٨) *

وقد اعتبرنا فيما ذكر مستويين فلتحويل التراكيب على فرخ الرسم يفرض ان المستوى الرأسى ر ر يدور حول خط الارض خ ض كباب يدور على عقبه حتى ينطبق على المستوى الافقى بحيث ينطبق الجزء الاعلى خ ض ر على الجزء المؤخر خ ض ق والجزء الاسفل خ ض ر على الجزء المقدم خ ض ق

وبهذه الحركة يتحرك المسقط الرأسى ع وكذلك خط وع فينطبق في وكن على امتداد د و بحيث انه بعد انطباق المستوى الرأسى على المستوى الافقى يكون المسقطان د و كن نقطة واحدة فراغية على عمود واحد على خط الارض فن ذلك ينتج ان كل نقطتين منتخبتين اختبارا لا بد لان على مسقطى نقطة واحدة فراغية الا ان كانتا على عمود واحد على خط الارض

* (٩) *

* (١٠) *

ولنرمز من الآن فصاعدا الى اى نقطة فراغية بحرف صغير من حروف الهجاء
ولسقطها يعين هذا الحرف موضوعا فوقه حرف **و** ان كان المسقط اقليبا
و ر ان كان المسقط رأسيا

فالنقطة **م** الفراغية مثلا يرمز لمسقطها الاقلى بالرمز **م** والراسى **م**
انظر (الشكل ٢) وتعين اى نقطة فى الهندسة الوصفية بمسقطيها والنقطة
المعلومة هى النقطة المعلوم **م** كل من مسقطيها الاقلى والراسى ومتى طلب
ايجاد نقطة فراغية فالمراد ايجاد مسقطيها

ومتى وصف اى شكل فراغى وجب رسمه حالا على فرخ الرسم وبالعكس اى انه
متى وجد رسم اى شكل لزم تصويره فى الفراغ ومن ثم متى علمت مساقط اى نقطة
وجب ان يتصور موضعها الفراغى وبالعكس اى متى علم موضعها الفراغى وجب
ان يستخرج منه حالا وضعاء مسقطيها

*(فى بيان اوضاع النقطة) *

النقطة يمكن ان تشغل عدة محال فراغية يدل عليها باوضاع مسقطيها بالنسبة
لخط الارض كما يدل على الاوضاع المذكورة فى الهندسة التحليلية بعلامات
ومقادير الخطوط الاحداثية ولندكر الاوضاع فنقول

(اولا) اذا كانت النقطة فى احدى الزوايا الاربع الزوجية الحادثة من مستويي
المسقط يسهل مشاهدة وجود مسقطيها على الجزئين المكونين لهذه
الزاوية من المستويين وتتضح اوضاعها الاربع التى تشغلها فى هذه الحالة من
الشكل (٣)

(ثانيا) اذا كانت النقطة على احدى مستويي المسقط فلا مسقط لها على هذا
المستوى الا تقسمها واما مسقطها الاخر فيكون بالضرورة على خط الارض
وان ذلك اربع حالات تظهر لك من الشكل (٤) المبين فيه انه لا علامة فوق رمز
النقطة ليبدل ذلك على ان النقطة هى التى على المستوى لا احد من مسقطيها

(ثالثا) اذا كانت النقطة على خط الارض فلا منقط لها الا هي واذا لم يكتب
بحوارها الاحرف م فقط كما هو مبين في (الشكل ٥)
(رابعا) اذا كانت النقطة في احدى الزوايا الاربع الزوجية امكن ان تكون على
بعد واحد من مستوي المسقط اي انه يمكن ان يكون $وم = وم$ انظر
(الشكل ٢) و (بند ٥) ومتى كان المسقطان في جهة واحدة من جهتي خط
الارض انطبقا على بعضهما وذلك حالتان مبيتان في (الشكل ٦) ومن
هنا ينتج

اولا ان جميع النقط المتأزلة المساقط والمتساوية البعد عن خط الارض توجد
على المستوى القاسم للزاويتين $م ع$ و $خ س$ الى قسمين متساويين
وثانيا ان كل نقطة اتحد مسقطاها توجد على المستوى القاسم للزاويتين
 $خ ع$ و $م س$ الى قسمين متساويين

(في بيان المستقيم)

(١١)

اذا ازلنا من جميع نقط مستقيم اعمدة على المستوى الافقي تكون اثارها اي
مواقعها المساقط الاقية لنقط المستقيم ويكون الخط الجامع لها المسقط الافقي
للمستقيم وتكون جميع هذه الاعمدة في مستو واحد عمود على المستوى الافقي
ويكون تقاطعه مع هذا المستوى مسقط المستقيم وكذا يقال في سقوط اي
مستقيم على مستو ما فينتد $يكون$ مسقط المستقيم على مستو ما خطا
مستقيما

وكيفية تحصيل مسقطي مستقيم ان يمر بهذا المستقيم مستويان عمودان
على مستوي المسقط يسمى احدهما بالمستوى المسقط اقبيا للمستقيم
والاخر بالمستوى المسقط رأسيا للمستقيم .

(١٢)

* (٨) *

ولنرمز من الآن فصاعدا لاي مستقيم فراغى بحرف كبير ومسقطيه بعين
الحرف المذكور موضوعا عليه حرف ω ان كان المسقط اقصيا ω و
ان كان المسقط رأسيا فرمزي ω و ω يدلان على المسقطين الافقي والرأسي
للمستقيم ω كافي (الشكل ٧)
وقد يرمز للمستقيم بنقطتين من نقطه لكن المستقيم المحدد الطول يرمز اليه
دائما بنقطتي نهايته

* (١٣) *

اي مستقيم يتعين على العموم بمسقطيه لانه اذا اقيم من ω مستو عمود على
المستوى الافقي ومن ω اخر عمود على المستوى الرأسى يوجد المستقيم ω
على هذين المستويين معا فيكون بالضرورة خط تقاطعهما ومن هنا ينتج ان
المستقيم المعلوم بمسقطيه يعلم حقيقة بالمستويين حيث انه خط تقاطعهما
ويتعين ايضا اى مستقيم تعبنا تاما بنقطتين من نقطه لانهما يعينان نقطتين من
كل من مسقطيه

ولنعبر اعتبارا زائدا من نقط المستقيم النقطتين اللتين يقطع فيهما المستقيم
المذكور مستويي المسقط ويسميان باثرى المستقيم لانهما صالحتان كل
الصلاحية لتعيين اتجاهه

* (١٤) *

* (المسئله الاولى) * اذا كان المعلوم اثرى مستقيم والمطلوب ايجاد مسقطيه
يقال

اذا فرض ان ω الاثر الافقى للمستقيم ω - اثره الرأسى ω كما فى
الشكل (٧) يكون ω - على خط الارض انظر (ثانيا من
نمرة ١٠) وعلى العمودين التازلين على هذا الخط من النقطتين
 ω - انظر بند (٨) ومن هنا يتحصل نقطتان ω - من ω

واخرى ان

واخريان - و ا من و فهذا يعلم المسقطان

* (المسئلة الثانية) * اذا كان المعلوم مسقطى مستقيم والمطلوب ايجاد اثره يقال

حيث ان الاثر الافقى كـ كما فى (شكل ٧) على المستقيم و والمستوى الافقى يوجد مسقطه الرأسى بالضرورة على و وعلى خ ض فيكون حيثذى ا وتكون النقطة ا هى مسقط نفسها الافقى فتكون حيثذى على و وعلى عمود واحد على خط الارض مع ا اى انه يكون فى نقطة تقاطع هذين المستقيمين ا وكذلك اذا كان الاثر الرأسى على و وعلى المستوى الرأسى يكون مسقطه الافقى فى و واما النقطة نفسها فتكون فى - ومن هنا ينتج انه يلزم لايجاد اثر مستقيم ان يمد المسقط المخالف للاثر فى الاسم الى خط الارض وان يقام من نقطة التقابل عمود على الخط المذكور فتكون نقطة تقاطعه مع المسقط الاخر الاثر المطلوب

قد لا ينحصر المستقيم الممتد الى غير نهاية فى زاوية واحدة وحيثذى يكون الجزء الكائن فى الزاوية م ع مشاهدا لكن كل ما يكون منه خلف المستوى الرأسى او اسفل الافقى يكون مخبأ باحد هذين المستويين ويبين ذلك على الشكل بطريقة رسم مساقط اجراء هذا المستقيم وقد اصطلح على رسم مسقطى الجزء المحصور فى الزاوية م ع بخطين اتصاليين وعلى رسم مسقطى جزء المستقيم المحصور فى احدى الزوايا الثلاث الاخر بخطين تقطعين ذواتى نقط مستطيلة كما يظهر ذلك من اشكال الامثلة الآتية ومن المعلوم ان الجزء المشاهد من المستقيم يكون مسقطه الافقى تحت خط الارض بخلاف مسقطه الرأسى فانه يكون فوقه

اكن لا يليق هذا الاصطلاح الا بالخطوط الاصلية من الشكل اعني
الخطوط الدالة على معالم المسئلة او مجاهايلها المطلوبة واما الخطوط غير الاصلية
فتقسم

* (اولا) * الى الخطوط المساعدة وهي وان لم تكن من جملة الخطوط الاصلية
لها وقع عظيم في الشكل وترسم بخطوط متقطعة بمعنى انها مكونة من اجزاء
مستقيمة متفصلة بنقطة او عدة نقاط وتسمى بالخطوط المركبة

* (وثانيا) * الى خطوط العمل وقد تسمى بخطوط السقوط وتعتبر عدمية لقلة
تفعها في الرسم وترسم بخطوط نقطية مكونة من اجزاء اصغر وادق من الاجزاء
الداخلية في تركيب الخطوط المساعدة

وقد يوجد زيادة على اجزاء الشكل الخبا بمستويي المسقط اجزاء اخرى يمكن ان
تكون مخبأة باجزاء الشكل الامامية لكن لعدم تكثير خطوط الشكل النقطية
المضر بوضوحه نفرض غالبا ان اجزاء الشكل المذكورة تكون مبينة
بالخطوط المرسومة على مستويي المسقط الكافية لتعيينها

*(في بيان اوضاع المستقيم) *

يمكن ان يشغل المستقيم عدة اوضاع فراغية تبين باوضاع المساقط بالنسبة
لخط الارض ويرسم هذه المساقط ولنذكر ذلك فنقول

* (اولا) * قد يكون المستقيم ما يلا بالنسبة لمستويي المسقط وجزؤه المحصور
بين الاثرين في احدى الزوايا الاربع الزوجية فحينئذ يكون اثر المستقيم
المذكور كائنين على جزئي المستويين المكونين للزاوية المذكورة فبذلك يتحصل
معنا اوضاع اربعة كما في (الشكل ٨) وتسهل معرفتها بمجرد رسمها ولاجل
بيان هذا الرسم نقول حيث كان في الوضع الاول الجزء ا - الكائن في الزاوية
م م ع مشاهدا يكون الجزآن ا - و ا - من المسقطين مرسومين

بخطين اتصاليين لكن المستقيم و بعد مجاوزته نقطة ا يمر تحت المستوى الافقي
ومجاوزته النقطة - يمر خلف المستوى الرأسى ومن ثم رسموا جزئى المسقط
الافقى الكائنين خارج النقطتين ا و - وجزئى المسقط الرأسى للكائنين خارج
النقطتين ا و - بخطوط تقطعية وهذه الكيفية يصنع الرسم اللازم اجراؤه
في الحالات الثلاث الأخر

ولنفرض الآن ان المستقيمتين مرسومة بدون رمز فنقول لاجل الاستدلال
بكيفية الرسم على مسقط المستقيم الافقى يقال ان جزء المستقيم المرسوم
مسقطاه بخطين اتصاليين لا بد وان يكون في الزاوية م مع في الوضع الرابع مثلا
يكون جزء المستقيم الذى على يسار النقطة ا هو الموجود في الزاوية الاولى
فيكون مسقط هذا الجزء الافقى تحت خط الارض ومسقطه الرأسى فوقه
وبذلك تكون النقطة ا اثر المستقيم الافقى والنقطة - اثر الرأسى ويقاس
على ذلك ايجاد اتجاه المستقيم في الاوضاع الثلاثة الباقية

* (وثانيا) * قد يكون المستقيم موازيا للمستوى الافقى فيكون مسقطه الرأسى
حيثئذ موازيا لخط الارض لان جميع نقط المستقيم و على بعد واحد من
المستوى الافقى واما المسقط الافقى فيكون حينما اتفق وتأتى هنا الاوضاع
الثلاثة المبينة في (الشكل ٩) باعتبار كون المستقيم و فوق المستوى
الافقى او داخله او اسفله

* (وثالثا) * قد يكون المستقيم موازيا للمستوى الرأسى فيكون مسقطه
الافقى موازيا لخط الارض واما مسقطه الرأسى فيكون حيث ما اتفق وتأتى هنا
الاورضاع الثلاثة المبينة في (الشكل ١٠) باعتبار كون المستقيم و امام
المستوى الرأسى او داخله او خلفه

* (ورابعا) * اذا كان المستقيم كما قد يتفق موازيا للمستويين المسقط معا فيلزم ان
يكون موازيا لخط الارض فيكون مسقطاه حيثئذ موازيين لخط الارض خض

ومن هنا يحصل معنا اوضاع تسعة اربعة منها فيما اذا كان المستقيم في احدى
الزوايا الاربع الزوجية كما في (الشكل ١١) واربعة منها فيما اذا كان المستقيم
على احدى اربع جهات مستويي المسقط كما في (الشكل ١٢) والتاسع
فما اذا كان المستقيم متعامدا مع خط الارض كما في (الشكل ١٣)

وهذه الاوضاع التسعة عين تسعة اوضاع النقطة الميمنة في (الشكل ٣ و ٤ و ٥)
فيكون فيها ان تبدل النقطة $م$ و $م'$ و $م''$ الخ في (الشكل ٣ و ٤ و ٥) بالمستقيبات
و $و'$ و $و''$ الخ الموازية لخط الارض فاذا كان المستقيم في هذه الحالة
متساوي البعد عن المستويين كان مسقطاه متساويي البعد عن خط الارض
ولو كان مسقطاه في جهة واحدة لانطبقا على بعضهما كما في (الشكل ١٤)
وكان المستقيم حيثئذ في المستوي القاسم للزاويتين $م$ و $م'$ و $م''$ الخ الى
قسمين متساويين

* (و خامسا) * اذا كان المستقيم عمودا على المستوي الافقي يؤل مسقطه الافقي
الى نقطة واحدة ويكون مسقطه الرأسى عمودا على خط الارض لان المستوي
المسقط للمستقيم رأسيا والمستوي الرأسى للمسقط $م$ يكونان عمودين
على المستوي الافقي ويكون للمستقيم في هذه الحالة ثلاثة اوضاع باعتبار كونه
امام المستوي الرأسى او داخله او خلفه كما في (الشكل ١٥)
* (وسادسا) * اذا كان المستقيم عمودا على المستوي الرأسى كان له كذلك ثلاثة
اوضاع متشابهة باعتبار كونه فوق المستوي الافقي او داخله او اسفله كما في
(الشكل ١٦)

وينتج من هاتين الحالتين ان $م'$ كما في (الشكل ٢) هو المسقط الرأسى
للمستقيم المسقط اقصيا للنقطة $م$ ومسقطه الافقي النقطة $م''$ واما $م'$
فهو المسقط الافقي للمستقيم المسقط رأسيا للنقطة $م$ ومسقطه الرأسى $م'$
* (وسابعا) * اذا كان اتجاه المستقيم في الفراغ عمودا على خط الارض صار مسقطاه

مستقيما واحدا عمودا على خط الارض لانا لو امتدنا من المستقيم و مستويا
 رأسيا لكان هذا المستوى عمودا على $\chi\psi$ فعلى ذلك يكون تقابله مع
 مستويي المسقط $\psi\omega$ و $\omega\theta$ عمودين على $\chi\psi$ وقاطعين له في نقطة واحدة
 فينطبقان على بعضهما بالضرورة بعد انطباق المستوي الرأسى على الافقى
 ومن هنا ينتج لسان مسقطى المستقيم العمودين على خط الارض غير كافيين
 لتعيين اتجاهه في الفراغ لكن اذا علم منه نقطتان تعين الاتجاها تاما ويكون
 له حيثئذ اربعة اوضاع بحسب انحصار الجزء الكائن بين الاثرين في احدى الزوايا
 الاربعة الزوجية كافي (الشكل ١٧)

* (وثامنا) * اذا قابل المستقيم خط الارض اتحد اثراء $\alpha\omega$ في نقطة واحدة
 من الخط المذكور وقد يتفق في هذه الحالة ان المسقطين $\psi\omega$ و $\omega\theta$ يصنعان
 كافي (الشكل ١٨) مع جزء واحد من $\chi\psi$ زاويتين حادثتين احدهما
 فوقه والاخرى تحته وهذا ينتسب بالضرورة للمستقيم الناقذ في الزاويتين
 $\alpha\omega$ و $\chi\psi$ واما اذا كانت الزاويتان الحادثتان صنوعتين من المسقطين
 مع جزئى $\chi\psi$ كافي (الشكل ١٩) دل ذلك بالضرورة على مستقيم
 ناقد في الزاويتين $\chi\psi$ و $\alpha\omega$ فاذا كانت الزاويتان الحادثتان متساويتين
 يكون المستقيم اما على المستوى القاسم للزاويتين $\alpha\omega$ و $\chi\psi$ الى
 قسمين متساويين واما على المستوى القاسم للزاويتين $\chi\psi$ و $\alpha\omega$
 كذلك انظر رابعا من عمدة (١٠) وفي هذه الحالة يصير المسقطان مستقيما
 واحدا كافي (الشكل ٢٠)

* (وتاسعا) * اذا كان المستقيم المقابل لخط الارض عمودا عليه فان مسقطاه
 يتحدان وبصيران خطا واحدا عمودا على $\chi\psi$ ولا يكفى ان حيثئذ لتعيينه
 فيلزم اخذ نقطة مما من المستقيم المذكور كافي (الشكل ٢١)

* (١٨) *

وينتج مما ذكر جميعه ان المستقيم يكون معينا بالكافية بمساقط نقطتين من نقطه

الا في احوال مخصوصة فان مسقطاه لا يكفيان في تعيينه

* (١٩) *

اي مستقيمين ليسا عمودين على خط الارض يدلان ابداء على مسقطى مستقيم فراغى لانا اذا اتينا المستويين المسقطين من المستقيمين يتقاطعان في مستقيم معين وقد يكون المستقيم غير معين اذا اتحد مسقطاه وصارا خطا واحدا عمودا على خط وى مستقيمين احدهما عمود على خط الارض او كل منهما عمود عليه ولا يقطعانه في نقطة واحدة لا يصح ان يكونا مسقطى مستقيم واحد فراغى

* (٢٠) *

المستقيمان الفراغيان اما ان يتقاطعا او يتوازيان ولا يكونان في مستوي واحد وانبيين
ذلا فنقول

* (اولا) * اذا تقاطعا كما في (الشكل ٢٢) كان مسقطا نقطة تقابلهما م على مساقط و و و حيث يلازم ان يكون م و م على عمود واحد على خط الارض انظر نمرة (٨)

* (وثانيا) * اذا توازيا فسقطاهما المتحدان الاسم يكونان متوازيين كما في (الشكل ٢٣) لان المستويين المسقطين متوازيان
* (وثالثا) * اذا لم يكونا في مستوي واحد فنقطة تقاطع مسقطيهما الرأسيتين لا تكون مع نقطة تقاطع مسقطيهما الا فقيين على عمود واحد على خط الارض كما في (الشكل ٢٤)

* (٢١) *

ثم ان عكس هذه الدعاوى الثلاث صحيح ايضا اعني

* (اولا) * اذا تقاطعت مساقط المستقيمين في نقطتين على عمود واحد على خط الارض كما في (الشكل ٢٢) تقاطع المستقيمان في الفراغ لان مسقطى النقطة م حيث انهما على مسقطى المستقيم و تكون النقطة على هذا الخط وبذلك تكون ايضا على مستقيم و

* (ونانيا) * اذا توازي المسقطان المنحدا الاسم كما في (الشكل ٢٣) توازي المستقيمان فان المستويان الاربعة المسقطة متوازية متشابهة وينبني على ذلك ان خطوط التقاطع الاربعة التي من جملتها مستقيما و و و متوازية ايضا * (ونالنا) * اذا تقاطعت مساقط مستقيمين في نقطتين ليستا على عمود واحد على خط الارض لا يكون المستقيمان في مستوي واحد كما في (الشكل ٢٤) فان اي مستقيمين على مستويان لم يتقاطعا يتوازيان فحيث تكون مساقطهما مرتبة كما في (الشكل ٢٢ و ٢٣) وينتج من ذلك انه اذا توازي المسقطان الاقبيان فقط او الرأسيان فقط لا يكون المستقيمان متوازيين

(٢٢)

متى كانت مساقط مستقيمين اعزدة على خط واحد كانت متوازية ولا يلزم من ذلك ان يكون المستقيمان الفراغيان كذلك

لكن اذا كان و و و كما في (الشكل ٢٥) متوازيين واتخذنا على كل من المستقيمين نقطتين ا و ب و ا و ب و توهمنا رأسين نازلين من النقطتين ب و ب واقعيين مائزين من النقطتين ا و ا وقاطعين للرأسين في نقطتين ر ه هما ب و ب حدث مثلثان ب ه ب و ا ه ب متشابهان لان اضلاعهما المتناظرة متوازية فيحدث

$$ب ه : ب ه :: ب ه : ب ه$$

لكن حيث ان

$$ب ه = ا ه و ب ه = ا ه و ا ه = ا ه$$

يحدث بالتبديل

$$ب ه : ا ه :: ا ه : ا ه$$

(٢٣)

ويقال في عكس ذلك متى حصلت هذه التناسبة يكون المستقيمان و و متوازيين لان المثلثين ب ه ب و ا ه ب القائمى الزاويتين في ب ه ب

يكونان بعد تصورهما كما ذكر متشابهين لان فيهما زاويتين متساويتين كل منهما
محصورة بين ضلعين متناسبين مع ضلعي الاخرى وموازيين لهما كل لتظيره
ومنه يحدث ان الوترين $ا-ر$ و $ا-ب$ او المستقيمين $و-ر$ و $و-ب$ متوازيان
* (٢٤) *

* (المسئلة الثالثة) * اذا اريد ان يمر من نقطة معلومة مستقيم مواز لآخر
معلوم يقال

لا بد كما في (الشكل ٢٦) ان يمر مسقطا المستقيم المفروض $س$
بمسقطي النقطة المعلومة $م$ كل بتظيره وان يكونا موازيين لمسقطي المستقيم
المعلوم و كل لتظيره

* (في بيان الخطوط المنحنية) *

* (٢٥) *

اذا انزلنا من جميع النقط $ا$ و $ب$ و $ج$ $م$ كما في (الشكل ٢٧)
اعني نقط المنحنى $ج$ اعمدة على المستوى الافقي $ت-ك$ كون من الآثار
 $ا$ و $ب$ و $ج$ $م$ اعني آثار الاعمدة المذكورة الخط $ج$ وهو
المسقط الافقي للمنحنى المذكور $ج$ واما الاعمدة نفسها
 $ا$ و $ب$ و $ج$ $م$ فتكون متوازية ويحدث عنها
سطح سوف نسميه بالسطح الاسطوانى ويقال له ايضا سطح مسقط او اسطوانة
مسقطه اقربا للمنحنى $ج$ واذا انزلنا ايضا اعمدة على المستوى الرأسى
تكون منها اسطوانة مسقطه رأسيا للمنحنى $ج$ فالمنحنى $ج$ حيث ذهوتها تقابل
سطحين

واذا كان المنحنى $ج$ مرسوما داخل مستو عمود على المستوى
الافقى مثلا كانت جميع المستقيمات $ا$ و $ب$ و $ج$ $م$ فى المستوى
المذكور وكان $ج$ تقابل هذا المستوى بالمستوى الافقى ومنه ينتج ان

مسقط المنحنى ج الافقى خط مستقيم وان الآخر منحنى بالضرورة واما اذا كان المنحنى ج في مستو عمود على خ ض فكل من مسقطيه يكون مستقيما
* (٢٦) *

* (المسئلة الرابعة) * اذا كان المراد ايجاد نقط تقابل المنحنى بمستوي المسقط يقال ان النقط التي يتقابل فيها المنحنى ج مع المستوي الافقى كافي (الشكل ٢٨) تنسقط انسقاطا رأسيا على ج وعلى خ ض انظر ثانيا من (نمرة ١٠) فحينئذ يكون المسقطان ا و - في تقاطعهما وتكون النقطتان ا و - على ج وعلى العمودين القائمين من النقطتين ا و - على خ ض ومن المعلوم ان هذين العمودين يقابلان عموما ج في عدة نقط يمكن جعلها كلها بلا تمييز آثارا للمنحنى ج مالم يكن هنالك حالة تعجزنا على عدم اعتبار بعضها آثارا كما لو فرضنا مثلان ا و - ليسا اثرين للمنحنى ج وبمثل ذلك يكون ايجاد الاثرين الرأسين.

تنبيه قد يوجد جزء من ج غير مقابل لجزء من ج فلا يكون بالضرورة مسقط جزء من المنحنى ج كما ان هنالك جزءا من ج ليس جزءا من مسقط المنحنى ج وسنشرح ذلك

* (في بيان المستوى) *

* (٢٧) *

يمكن ان يمر مستو واحد بمستقيمين متوازيين او متقاطعين او بمستقيم ونقطة ويتنخب من المستقيمان التي يمكن ان تعين موضع مستو فراغى المستقيمان اللذان يقطع ذلك المستوى فيهما مستوي المسقط ويسميان باثرى المستوى ومن المعلوم انه لا بد وان يقابل اثرا مستويا خط الارض في نقطة واحدة هي نقطة تقابل الخط المذكور بالمستوى

ولترمز لاي مستو فراغى بحرف من حروف الهجاء ولاثر به الافقى والرأسي

بالخرفين ق و ر عليهما رمز المستوى كما في (الشكل ٢٩)
 فرمز ق و ر يدلان على اثرى المستوى م ومتى علم مستويين مستقيمين
 رمزاه برمزى المستقيمين المذكورين موضوعين بين قوسين فرمز (اب) مثلا
 يدل على المستوى المعين بكل من المستقيمين ا و ب كما نرى للمستوى المعين
 بالمستقيم ا والنقطة ا برمز (اا) ورمز (ا-ج) يدل على
 المستوى المار بالنقط الثلاث ا و - و ج
 * (٢٨) *

* (المسئلة الخامسة) * اذا كان المسقط الافقى لمستقيم على مستوي معلوم باثريه
 معلوما والمطلوب ايجاد مسقطه الرأسى يقال
 من المعلوم كما في (الشكل ٢٩) ان اثرى المستقيم على مستوي يكونان
 بالضرورة على اثرى المستوى فيكون الاثر الافقى للمستقيم و النقطة ا التى
 هى تقابل ق بالمسقط و ومن ذلك تستخرج النقطة ا من المسقط و
 وايضا حيث ان الاثر الرأسى للمستقيم و ينسقط اقبيا فى النقطة -
 التى هى تقابل و و خض وان النقطة نفسها فى - على ك يعلم و
 واذا علم و استنتج منه ايضا و

* (٢٩) *

* (المسئلة السادسة) * اذا كان المسقط الافقى لنقطة على مستوي معلوم باثريه
 معلوما والمطلوب ايجاد مسقطها الرأسى يقال
 اذا امر رنا فى مستوى م خطا مستقيما و من النقطة م كما في
 (الشكل ٢٩) يمر و من م ومنه ينتج و انظر (بند ٢٨)
 وحيث ان م يوجد على و وعلى العمود النازل من النقطة م على
 خض يكون م فى تقابل هذين المستقيمين وكذلك اذا علم م يستنتج منه
 بالكيفية المذكورة م ومن هنا ينتج ان المستوى يتعين باثريه تعينا كليا

* (١٩) *

* (٣٠) *

ويتعين ايضا المستوى بمستقيمين حيث ما اتفق تقاطعان
وبيان ذلك ان يفرض ان Γ كما في (الشكل ٣٠) المسقط الافقي لنقطة
من المستوى (أ ب) انظر بند (٢٧) فيمر من النقطة Γ في المستوى
المذكور مستقيما Γ فيمر Γ من Γ ويقابل بالضرورة المستقيم Γ
المستقيمين أ و ب في النقطتين أ و ب اللتين مسقطاهما الاقيان
هما أ و ب وهما تقابل Γ مع أ ومع ب ومن هنا ينتج
أ و ب اللذان يعلم منهما المسقط Γ الذي يكون المسقط الرأسى Γ
لنقطة Γ عليه فحينئذ تتعبر هذه النقطة ولا يخفى انه لو كان المستقيمان
أ و ب متوازيين لحدث مثل ذلك

* (٣١) *

* (المسئلة السابعة) * اذا علم مستويين مستقيمين واريدا ايجاد اثره يقال
ان اثرى كل مستقيم لا بد وان يوجد ا على اثرى المستوى المذكور كما في
(الشكل ٣١، ٣٢) فاذا بحثنا عن الاثار المذكورة بالكيفية المقررة في نمرة (١٥)
نجد نقطتين أ و ب من الاثر ق و آخرين أ و ب من ر
ولا بد ان يقطع هذان الاثران خط الارض خ ز في نقطة واحدة وهذا
برهان على صحة الاعمال

ولنذكر على سبيل الاستطراد ان احسن طرق حل المسائل المراد حلها
الاقتصار بقدر ما يمكن على طرق تصحيحها بدون زيادة ينشأ عنها عدم سهولة
الاعمال


* (٣٢) *


ولو اريد ايجاد اثرى مستوي معلوم بالمستقيم و والنقطة Γ للزم ان يمر من
النقطة المذكورة مستقيما و مواز للمستقيم و او قاطع له ثم يبحث عن
اثرى المستوى (و و)

وإذا كان المستوى معلوما بثلاث نقط حدث لنا بجمعها في ثلاث مستقيبات
والاحسن ان يجمع بين اثنتين منها بمستقيم ويمد من النقطة الثالثة مواز له وبذلك
يسهل حل هذه المسائل المختلفة

* (في بيان اوضاع المستوى) *

* (٣٣) *

يمكن ان يشغل المستوى عدة اوضاع فراغية نذكرها فنقول
* (اولا) * قد يكون المستوى مائلا بالنسبة لمستويي المسقط فله حينئذ حالتان
مميزتان كما في (الشكل ٣٣) بحسب كون الاثرين يصنعان مع جزء من
خ ض اومع جزئين منه مختلفين زاويتين حادتين  و -

* (وثانيا) * يمكن في الحالتين المذكورتين ان تكون الزاويتان  و -
متساويتين وفي الحالة الثانية فقط يتطبق الاثران كما في (الشكل ٣٤)
* (وثالثا) * قد يكون المستوى م عمودا على المستوى الافقي فيكون اثره
الرأسي عمودا ايضا على المستوى المذكور كما في (الشكل ٣٥) ويلزم
بالضرورة ان يكون عمودا على خط الارض

* (ورابعا) * قد يكون المستوى عمودا على المستوى الرأسى كما في (الشكل ٣٦)
فيكون اثره الافقى عمودا على خط الارض بالضرورة

* (وخامسا) * قد يكون المستوى عمودا على خط الارض فيتطابق اثره بالضرورة
ويصيران مستقيما واحدا عمودا على خط الارض كما في (الشكل ٣٧)

* (وسادسا) * قد يكون المستوى موازيا للمستوى الرأسى فيكون اثره الافقى
موازيا لخط الارض خ ض ولا يوجد له حينئذ اثر رأسى والاولى ان يقال انه
يوجد لانها تبا وحينئذ يشغل المستوى وضعين ايضا كما في (الشكل ٣٨)
* (وسابعا) * قد يكون موازيا للمستوى الافقى فيحينئذ لا يكون له اثر افقى واما
اثره الرأسى فيكون موازيا خ ض ويمكن ان يشغل وضعين ايضا كما
في (الشكل ٣٩)

* (وثامنا) * قد يكون المستوى موازيا لخط الارض فيكون اثره موازيين
خض لانهما لو لم يكونا كذلك لتقابل خط الارض بالمستوى
ويمكن ان يكون للمستوى م اربعة اوضاع بحسب كينونة اثره على
جزئين من اجزاء مستويي المسقط كما في (الشكل ٤٠)

* (وتاسعا) * قد يكون المستوى ما يلا بالنسبة لمستويي المسقط ايضا ميلا
متساويا فيكون اثره حينئذ متساوي البعد عن خط الارض وينطبقان كل
منهما على الآخر اذا كانا في جهة واحدة كما في (الشكل ٤١)

* (وعاشرا) * لا يمكن تعيين المستوى المار بخط الارض باثره الذين لا يكونان
الامستقيما واحدا لكن اذا كان المستوى معيننا بمستقيم ونقطة اختيار خط الارض
واما النقطة فتؤخذ حيث ما اتفقت ويرمز لها بعين رمز المستوى المذكور
فيكون له حينئذ كما في (الشكل ٤٢) وضعان بحسب قسمه للزاوية م ع
والمقابلة لها وقسمه للزاويتين الاخرتين الزوجيتين

* (وحادي عشر) * قد يكون المستوى احد مستويي المسقط فيكون احد
مسقطي النقطة على خط الارض

* (٣٤) *

وينتج مما ذكر جميعه انه يمكن تعيين المستوى بمستقيم ونقطة وان اثره غير كافين
في حالة مخصوصة

* (٣٥) *

ويجب ان يميز من المستقيمات الممكن رسمها على اي مستوي المستقيمات التي
هي

* (اولا) * افقيات المستوى وهي مستقيمات كائنة على المستوى المذكور
وموازية للمستوى الافقي

* (وثانيا) * رأسيات المستوى وهي مستقيمات كائنة على المستوى المذكور
وموازية للمستوى الراسي

* (وثالثا) * الخطوط الاعظم ميلا من غيرها المستوي بالنسبة للمستوى الافقي وهي

مستقيمان اعمدة على الاثر الافقي لهذا المستوى يان ذلك كما في (الشكل ٤٣) انا
 اذا انزلنا من النقطة م من المستوى م ع الخط م و عمودا على م ن
 والخط م ك ما يلا عليه وانزلنا ايضا م ع عمودا على المستوى ان ووصلنا
 ع بكل من تقطى و ر كن يحدث ع و ر ع كن فيكون ع و عمودا
 على م ن واما ع كن فيكون ما يلا عليه ومن هنا ينتج ان $\angle ع > ع$ ك
 وحينئذ يكون $\frac{م}{ع} < \frac{ع}{ع}$ لكن حيث ان هاتين النسبتين تسميان
 بميل م و ر م كن على المستوى ان يكون م و الخط
 الاعظم ميلا من غيره

ولنتبه على ان $\frac{م}{ع} = \frac{ظا}{ا}$ وينتج من ذلك ان ميل اى مستقيم او مستو
 على مستو آخر يتبين بالظل المساحى للزاوية الحادثة من المستقيم المذكور
 او من المستوى مع المستوى الآخر

(ورابعا) الخطوط الاعظم ميلا من غيرها المستوى بالنسبة للمستوى الرأسى
 وهى مستقيمان اعمدة على الاثر الرأسى للمستوى المذكور واثبات ذلك كاثبات
 ما سبق

(المسألة الثامنة) اذا كان المراد رسم افق ورأسى لمستوي يقال
 حيث ان الافق و للمستوى م مواز للمستوى الافقى كما في (الشكل ٤٤)
 يكون مسقطه الرأسى و موازيا لخط ض واثره الرأسى لا بد وان يكون
 على ر و على و فيكون في النقطة ر التى مسقطها الافقى
 و حيث ان المستقيم و مواز للاثر ق فلا بد وان يكون مسقطه
 الافقى ايضا و موازيا للاثر المذكور ق انظر (ثانيا من بند ٢٠)
 ومارا بالنقطة ر

وحيث كان اثر رأسى ب للمستوى م موازيا للمستوى الرأسى يكون

مسقطه الافقى $\bar{ب}$ موازيا $\bar{خ}$ $\bar{ض}$ ومسقطه الرأسى $\bar{ب}$ موازيا
للأثر $\bar{ك}$

وحيث ان المستقيمين $\bar{و}$ $\bar{ب}$ كائنان على المستوى $\bar{م}$ فانهما يقاطعان
فى نقطة واحدة $\bar{م}$ فيكون $\bar{م}$ $\bar{و}$ $\bar{م}$ بالضرورة على عمود واحد على
 $\bar{خ}$ $\bar{ض}$ وهذا برهان عن صحة الاعمال

* (٣٧) *

* (المسئلة التاسعة) * اذا كان المطلوب رسم خطين اعظم ميلا من غيرهما
فى مستو معلوم يقال

ان (الشكل ٤٣) يثبت ان المسقط $\bar{ع}$ $\bar{و}$ للخط الاعظم ميلا من غيره $\bar{م}$ $\bar{و}$ من
المستوى $\bar{ع}$ $\bar{م}$ بالنسبة للمستوى ان عمود على $\bar{م}$ $\bar{ن}$ الذى هو خط
تقابل المستويين

اذا تقرر هذا فلا بد وان يكون المسقط الافقى $\bar{و}$ للخط الاعظم ميلا من غيره
بالنسبة للمستوى الافقى عمودا على $\bar{ق}$ كافي (الشكل ٤٥) ومنه يستخرج
 $\bar{و}$ بمقتضى (بند ٢٨) وايضا حيث ان المسقط الرأسى $\bar{ك}$ للخط الاعظم ميلا
من غيره بالنسبة للمستوى الرأسى عمودا على $\bar{ر}$ يستخرج منه المسقط
الافقى $\bar{ك}$

وحيث ان المستقيمين $\bar{و}$ $\bar{ك}$ الكائنين على المستوى $\bar{م}$ يقاطعان
فى نقطة واحدة $\bar{م}$ يجب ان يكون $\bar{م}$ $\bar{و}$ $\bar{م}$ على عمود واحد على
 $\bar{خ}$ $\bar{ض}$

* (٣٨) *

ويشاهد مما ذكر ان الخط الاعظم ميلا من غيره بالنسبة لمستويين كفى اتعيينه تعيينا
تاماً حيث يمكن بواسطة ان يحدث عدة اقصيات او رأسيات بتدر ما يراد

للمستوى المذكور يتقاطع منها اثنان

* (٣٩) *

* (المسئلة العاشرة) * اذا كان المطلوب ان يمر من نقطة معلومة مستوى مواز لآخر معلوم يقال

من المعلوم ان الاثار المتحدة الاسم لمستويين متوازيين متوازية وانه زيادة على ذلك اذا كان معنامستويان متوازيان م و ك امر رنا من نقطة م من نقط المستوى ك مستقيما موازيا للمستقيم كائن في المستوى م يكون كله محصورا في المستوى ك

اذا ثبت ذلك نمر في المستوى المعلوم م كافي (الشكل ٤٦) مستقيما و ثم نمر من نقطة م مستقيما آخر ط موازيا و فيكون في المستوى المطلوب ك ومن هنا ينتج ان اثره الافقي ا نقطة من نقط ك و اثره الرأسى - نقطة من ر وحيث انه زيادة على ذلك لا بد وان يكون الاثر الاول موازيا للآخر ق والثاني موازيا للآخر ر يكونان معلومين ويجب تحقيقا للعملية ان يتقاطعا على خ ض في نقطة واحدة

ويمكن ان يقال انه لا حاجة الى امر ار المستقيم و لانتالوا امر رنا من النقطة المعلومة م اقيا ط للمستوى ك كافي (الشكل ٤٧) لصار ط موازيا للآخر ق فينتد يكون موازيا ايضا الى ق ويكون ط موازيا خ ض ويكون الاثر الرأسى - لهذا المستقيم نقطة من ك الذي يجب ان يكون موازيا للآخر ر ومقابل الخط الارض في نقطة ك منها يمر الاثر ق و موازيا للآخر ق ولوا امر رنا بديل الافقي رأسيا للمستوى لوجدنا بلا واسطة نقطة من ق

* (٤٠) *

واذا كان المستوى م ليس معلوما باثريه بل بمستقيمين متقاطعين كافي بالضرورة ان يمر من النقطة المعلومة مستقيمان موازيان للمستقيمين المقروضين

كل لتظيره وبهما يتعين المستوى المطلوب
واما اذا كان المستوى م المذكور معلوما بمستقيمين متوازيين او بمستقيم
ونقطة او بثلاث نقط فيرجع أولا لاحد الحالتين المذكورتين قبل وذلك اما برسم
اثرى المستوى المعلوم كما في (بندي ٣١ و ٣٢) او برسم مستقيمين
كائنين فيه ومتقاطعين ويتعين حينئذ المستوى ك كاذن ككور
قبله في بند (٣٩)

(٤١)

ولنبين من ايا اصطلاح الرمز المستعمل في الاشكال المتقدمة في هذا الكتاب
فبقول ان (الشكل ١٨) تكرر في اول حالة من احوال (الشكل ٣٣) وان
المقصود من الرمز في (الشكل ١٨) مستقيم يقابل خط الارض ومنه
في (الشكل ٣٣) مستويا فالرمز بالحروف المعلة للمستوى الرأسى غير
كاف لاشترائه بين المستقيمتين والمستويات معا وان الحالة الاولى والثالثة من
(شكلي ١١ و ٤٠) لا يختلفان ايضا الا بالرمز وان (الشكل ١٢)
تكرر بعينه (في شكلي ٣٨ و ٣٩) وان الرمز المستعمل في (الشكل ١٤)
يدل على ان المقصود مستقيمان متحدا المساقط لمستقيمان من رسوم احدهما
على الجزء المؤخر من المستوى الافقى والاخر على الجزء الاسفل من المستوى
الرأسى كما في (الشكل ١٢) ولا مستويان مواز احدهما للمستوى الرأسى
كما في (الشكل ٣٨) والاخر للمستوى الافقى كما في (الشكل ٣٩) وانه
بدون الرمز المستعمل في (الشكل ٤١) لا يعلم مستويان موازيان
لخط الارض متطابقا الا تاربل يعلم مستويان احدهما مواز للمستوى الافقى
كما في (الشكل ٣٩) والاخر للمستوى الرأسى كما في (الشكل ٣٨) وان
(الشكل ٤٢) لا يدل بدون الرمز المستعمل فيه الا على مسطوي نقطة ولا يمكن
ان يدل على مستويان من خط الارض وليتنبه الى ان تقيط الخطوط في الامثلة
التي ذكرت لا يجبر وحده خلل عدم كفاية الرموز المصطلح عليها فالامثلة المذكورة
صالحة جدا لان تدل على تقع الرموز التي اصطالحنا عليها

* (الباب الثاني) *

في المسائل الاصلية من الهندسة الوصفية
في تغيير مستويي المسقط وفي تدوير الاشكال حول محور

* (٤٢) *

متى كانت معادلة خط اوسط معقدة يبحث بالتحليلات عن اختصارها وذلك
بان ينسب المنحنى او السطح الى محاور جديدة منتخبة بحيث تنعدم بعض الحدود
كحدود مستطيلات الاحداثيات والحدود ذات الدرجة الاولى التي تكون في
معادلات المنحنيات او السطوح ذات الدرجة الثانية ويمكن في الهندسة الوصفية
ان يكون الشكل المرسوم على مستويي المسقط معقدا جدا ومن الخطوط التي
هي سبب في تعقيد ما يكون ناتجا من طبيعة المسئلة وحيث لا يمكن التخلص
منه ومنها ما يكون حادثا من وضع مستويي المسقط بالنسبة للشكل الفراغي
المراد بيانه فيمكن في هذه الحالة ازالته بانتخاب مستويي المسقط انتخابا مستحسنا
ويمكن ايضا ابقاء مستويي المسقط وتغيير وضع الشكل وهذه العملية تجري
دائما بتدوير الشكل حول محور فيحصل من ذلك مسئلتان نذكرهما فنقول
* (الاولى) * ان يكون مسقطا شكل فراغي على مستويين قائمي الزوايا معلومين
والمطلوب ايجاد مسقطيه على مستوي ثالث عمود على احده المستويين
المذكورين

* (الثانية) * ان يكون مسقطا شكل فراغي على مستويين قائمي الزوايا
معلومين والمطلوب ايجاد مسقطيه على عين المستويين المذكورين بعد تدويره
حول محور ثابت بقدر زاوية معلومة ويتفرع كل من هاتين المسئلتين الى مسائل
عديدة مقصودنا من هذا الباب ذكرها مفصلة

* (٤٣) *

ولنبه قبل الشروع في ذلك على انه يرمز لكل خط ارضي بالرمزين خ و ض

مع وضع اشارة عليه اوبدونها ويوضعان بحيث لو فرض الانسان انه فوق
المستوى الافقي وامام المستوى الرأسى رأى الرمز χ على يساره والرمز ψ
على يمينه بحيث يدل وضع كل من هذين الرمزین على جزء فرخ الرسم الذى يراد
ان يبحث فيه عن جهتي كل من مستويي المسقط وعلى ان يوضع ايضا على
كل من رموز مساقط النقط او الخطوط الكائنسة على مستويي المسقط
الجديدين الرمز r او $و$ وعليه عين الاشارة التى على χ و ψ
الدالين على خط الارض الجديد ليبدل ذلك على ان المساقط هي عين مساقط
النقط المعلومة او الخطوط كذلك منتسبة للمستوى الرأسى او الافقى الجديدين
وعلى ان يرمز كذلك للانوار الجديدة للمستويات بالرمزين r او $و$
عليهما عين الاشارات المذكورة وقد لا يوضع خصوصا في مسائل التطبيق
رمز على خط الارض وانما تطل جهة الجزء المقدم من المستوى الافقى والنشرع
في ذكر المسائل فنقول

* (المسئلة الاولى) * اذا كان المطلوب تغيير المستوى الرأسى بالنسبة لنقطة
يقال

ليفرض كما في (الشكل ٤٨) ان m و m' مسقطان للنقطة m على المستويين المرموز
لهم بالرمز خط الارض χ و ψ وان المطلوب البحث عن مسقطها على مستوا آخر
رأسى قاطع للافقى في χ فيدل وضع الرمز على ان الجزء الاعلى للمستوى
الرأسى منطبق على المستوى الافقى جهة يسار الرسم وان الجزء الاسفل كذلك
جهة يمينه فحيث لم يتغير المستوى الافقى لا يتغير المسقط m ويبقى ارتفاع النقطة
 m عن المستوى المذكور على ما كان عليه فحينئذ يكون مسقطها الرأسى
الجديد m مع m على عمود واحد على χ كما في بند (٨) وعلى الجزء
الاعلى للمستوى الرأسى الجديد انظر (اولا من نمرة ١٠) وعلى

بعد وَم من $\text{خ}^{\text{ر}}$ ص يساوى البعد وَم الكائن بين النقطة م
والمستوى الافقى انظر (اولا من نمرة ٥)
ويمكن بيان ذلك على الشكل بان يمر من النقطة ع التى هى تقابل
 $\text{خ}^{\text{ر}}$ مع $\text{خ}^{\text{ص}}$ المستقيم ل عمودا على $\text{خ}^{\text{ص}}$ والمستقيم
 ط على $\text{خ}^{\text{ص}}$ ثم يراعى م ل موازيا للخط و ويرسم من المركز
 ع القوس ل ط والمستقيم ط م موازيا للمستقيم و فينتج
بالضرورة

$$\text{وَم} = \text{ل} = \text{ط} = \text{وَم}$$

* (٤٥) *

* (المسئلة الثانية) * اذا كان المطلوب تغيير المستوى الافقى بالنسبة لنقطة
يقال

هذه المسئلة كفاى (الشكل ٤٨) لا تخالف ما قبلها الا فى اجراء العملية التى
عملت فى المستوى الرأسى على المستوى الافقى

فاذا اريد تغيير مستوي المسقط معا لزم اجراء العمليتين على التوالى فيفرض
انه بعد اجراء التغيير المذكور فى المستوى الرأسى اريد تغيير المستوى الافقى
فيفرض ان خط الارض الجديد هو $\text{خ}^{\text{ر}}$ بشرط ان يكون الجزء المقدم من
المستوى الجديد تحت $\text{خ}^{\text{ص}}$ وجزؤه المؤخر فوقه بحيث لم يتغير

المستوى الرأسى يكون م باقيا على حاله وتكون النقطة م باقية دائما
امام المستوى المذكور وعلى بعد واحد منه فينتد يجب ان يكون المسقط

الافقى الجديد م مع م على عمود واحد على خط الارض $\text{خ}^{\text{ر}}$ كفاى نمرة
(٨) اى انه يكون تحت هذا الخط الارضى انظر (اولا من نمرة ١٠) وعلى

بعد منه $\text{وَم} = \text{وَم}$ انظر (ثانيا من نمرة ٥) ويرسم هذه المتساوية رسما

عما لا لأعمال المتقدمة ينتج

$$\text{وَم} = \text{ل} = \text{ط} = \text{وَم}$$

ويمكن بتغييرات متوالية في المستويين الأفقي والرأسي ان تنسب نقطة لاي مستويين قائمي الزوايا يسمى احدهما دائماً مستويا افقيا والاخر رأسيا

* (٤٦) *

* (المسئلة الثالثة) * اذا كان المطلوب تغيير مستوي المسقط بالنسبة لمستقيم يقال

كما يمكن حل المسئلتين المذكورتين بالنسبة لنقطة يمكن حلها بالنسبة لمستقيم لان المستقيم لما كان يتعين بنقطتين كفي في ذلك ايجاد مساقط نقطتين من نقطه على المستويين الجديدين فاذا فرضنا ان χ ض اثر مستورا رأسي جديد كافي (الشكل ٤٩) تين لناسن وضع الرموز على خط الارض الجديد هذا انطباق الجزء الاعلى على يمين فرخ الرسم والجزء الاسفل على يساره انظر (بند ٤٣) فاذا اخذنا من المستقيم و نقطتين مثل م و د لا يتغير مسقطاهما الافقيان وحيث انهما فوق المستوى الأفقي يجب ان يكون مسقطاهما الرأسيان الجديدان على يسار χ ض وعلى بعدين

$$\text{وَم} = \text{وَم} \text{ و } \text{ع} = \text{ع} \text{ انظر (بند ٤٤)}$$

وحيث ان الاثر الأفقي للمستقيم و لا يتغير يقال اذا اجريت العملية بالضبط لا بد وان يكون المستقيم ا عمودا على خط الارض الجديد χ ض

وكان يمكن لاجل ايجاد المسقط الجديد و للمستقيم ان تنتخب النقطة ا ونقطة ما اخرى منه ولتنبيه بمقتضى ما شوهد من هذه المسئلة على منية رمزنا فتقول انه ليس قاصرا على تبين وضع ككل خط واتجاهه والمقصود منه في الفراغ تبيننا تاما على الشكل بل هو مع ذلك يبين جهة انطباق

المستويات التي ليست منطبقة على فرخ الرسم كما بين ان علامات الرمز
و المشابهة لاشارات خط الارض المقابل لهما تدل بمجرد النظر اليها
على كيفيات تنقل مساقط الشكل القراغي المتوالية ولو استعملنا الرموز المعلمة
لما حصل ذلك الابغاية المشقة

وحيثما يسهل ايجاد مسقط المستقيم و على مستوائتي جديد اي على مستو
عمود على المستوى الرأسى $\chi \chi'$ لا يمكن لانه بحث عن ذلك هنا حذر امن
تعقد الشكل

*** (E V) ***

*** (المسئلة الرابعة) *** اذا كان المطلوب تغيير مستوي المسقط بالنسبة لمستوي قال

فرض كما في (الشكل ٥٠) المستوى معلوما باثريه Q^m و R^m ثم نبعث
عن اثره على مستوي المسقط الجديد ونفرض ان المطلوب ايجاد اثر
المستوى m على مستوراسي جديد قاطع للمستوى الافقي في X^s بحيث
ان الاثر الافقي Q^m لا يتغير تكون النقطة Q^m التي يتقابل فيها ذلك
الاثر مع خط الارض الجديد X^s نقطة من نقط الاثر المطلوب انظر
نمرة (٢٧)

وإذا فرضنا على المستوى م مستقيماً ما تكون نقطة تقابله مع المستوى
الرأسي الجديد هي النقطة الثانية من نقط الاثر المذكور انظر (بند ٢٨)
وبذلك تنحل هذه المسئلة

ثم ينتخب للاختصار الافقى ط لان نقطه حينئذ تكون على بعد واحد
 من المستوى الافقى الذى لا يتغير حينئذ اذا مدبنا ط الى خ ض
 فى النقطة واقسام من هذه النقطة عمودا على خ ض واخذنا عليه بعدا
 يساوى لـ

الكائن في المستوى م كافي (بند ١٥) فيثبت يكون الاثر المذكور
كائنا بالضرورة على ر الذي هو الاثر الجديد الرأسي للمستوى م
ولتنبه على انه لا حاجة لتأريسم المسقط الرأسي للمستقيم ط وكان يكفي ان
نعين النقطة ر التي تقعنا استعمالها

والاحسن ان نستعمل من اقصيات المستوى م الافقي ا الذي يمر مسقطه
ا بنقطة تقابل خ ض مع خ ض ان امكن ذلك وحيث ان النقطة ا
في المستويين الرأسين تعتبر على المستوى الرأسي القاطع للمستوى الافقي في
خ ض واذا اتفق ان الاثر الافقي ق لم يتقابل مع خط الارض الجديد خ ض
في حدود الرسم ولم يوازيه لاتعلم النقطة و ويلزم حينئذ ايجاد نقطتين من الاثر
الرأسي ر بلا واسطة باخذ اقصيين للمستوى م فان خرج في هذه
الحالة الاثر الرأسي الجديد عن حدود الرسم اخذ على المستوى م مستقيمان
يمكن ايجاد مسقطيهما الرأسين الجديدين فيعين المستوى نعيننا كلياً
بالمستقيمين المذكورين انظر (بند ٢٧)

ثم انه يلزم لتغيير المستوى الافقي اجراء مثل ما ذكرنا ذلك باستعمال رأسي
اورأسيين للمستوى المفروض بحسب تقابل الاثر الرأسي للمستوى المذكور
مع خط الارض الجديد في حدود الرسم او عدم تقابله به مع عدم موازاته له

* (المسئلة الخامسة) * اذا كان مسقطا نقطة على مستويين قائمي الزوايا
معلومين والمطلوب ايجاد مسقطها على مستوي ثالث يقال
حيث ان المستوى م كافي (الشكل ٥١) ليس عمودا على المستوى الافقي
ولا على المستوى الرأسي فلا يعتبر مستويا جديدا رأسيا ولا اقصيا للمسقط
ليكن اذا اردنا اعتباره اقصيا يجب ان نغير اولا المستوى الرأسي وننتخب
المستوى الجديد عمودا على المستوى م فيلزم ان يكون ق عمودا

على خ ض انظر (رابعاً من بند ٣٣) ثم نبث عن اثر المستوى م
كافي (بند ٤٧) وعن مسقط النقطة م على هذا المستوى الجديد الرأسى
كافي (بند ٤٤) ثم نعتبر المستوى م مستوياً اقياً وبذلك لا يكون خط
الارض الجديداً \overline{R} فنجده حيث \overline{M} كافي (بند ٤٥) وهى مسقط النقطة
م على المستوى م

واذا اعتبرنا هذه النقطة \overline{M} نقطة من المستوى م واريد معرفة مسقطها
على المستويين الاصليين الميين بخط الارض خ ض رمز لهذه النقطة
بالرمز \overline{M} وحيث انها موجودة على المستوى الافقى \overline{X} ض يجب
ان يكون مسقطها الرأسى على خط الارض فى النقطة \overline{M} واذا اعتبر
المستويين المتقاطعين فى \overline{X} ض بدل المستويين المتقاطعين فى \overline{X} ض
لا يتغير المسقط \overline{M} ويكون المسقط الجديد الافقى فى \overline{M}

على عمود على خط الارض خ ض نازل من نقطة \overline{M} وعلى بعد
 $\overline{M} = \overline{M} = \overline{M}$

ثم نعتبر المستويين المتقاطعين فى خ ص بتغيير المستوى الرأسى
فيجاد المسقط \overline{M} على عمود نازل من النقطة \overline{M} على خ ض وعلى بعد
 $\overline{M} = \overline{M}$

تنبيه حيث ان المستقيم \overline{M} مواز خ ض يكون عموداً على \overline{M}
وحيث ان المستقيم \overline{M} الفراغى عمود على المستوى م يكون
 \overline{M} مسقطه الافقى وكان يمكن بدل اعتبار المستوى م اقياً اعتباره

رأس ياركان يلزم على ذلك اولا تغيير المستوى الافقي واتخاب آخر قاطع الرأسى فى
 خ ض عمودا على ر فيكون بذلك ن خط الارض الجديد خ ض
 ولو بحثنا ايضا عن مسقطى النقطة م معتبرة كالنقطة د من المستوى
 م لوجدنا اولا د مع م على عمود واحد على ر فيكون حيث د م
 المسقط الرأسى للعمود م د للمستوى م وينتج من هذه المسئلة ان
 مسقطى عمود على مستو عمودان على اثرى المستوى المذكور اى ان كلا من
 المسقطين عمود على موافقه اسما من الاثرين وستثبت هذه النظرية فيما بعد

* (٥٠) *

* (المسئلة السادسة) * اذا كان المطلوب جعل مستقيم موازيا لاحد مستويي
 المسقط يقال

يلزم لجعل المستقيم و موازيا للمستوى الرأسى كفى (الشكل ٥٢) ان
 يكون و موازيا لخط الارض كفى (ثالثا من بند ١٧) ويكنى
 حينئذ جعل خ ض موازيا للمستقيم و والبحث عن المسقط و للمستقيم
 و على هذا المستوى الجديد الرأسى انظر (بند ٤٦) واذا اريد جعل
 المستقيم موازيا للمستوى الافقى لزم تغيير المستوى الافقى وجعل خ ض
 موازيا للمسقط و انظر (ثانيا من بند ١٧)

* (٥١) *

* (المسئلة السابعة) * اذا كان المطلوب جعل مستقيم عمودا على احد مستويي
 المسقط يقال

اذا كان المستقيم و كفى (الشكل ٥٢) موازيا للمستوى الرأسى يكون
 كل مستو عمود على هذا المستقيم عمودا ايضا على المستوى الرأسى ويمكن اتخابه
 مستويا اقويا للمسقط مع المستوى الرأسى اما اذا كان المستقيم و موازيا
 للمستوى الافقى فيكون كل مستو عمود عليه عمودا على المستوى الافقى

ويمكن ايضا ان يعتبر مستويا رأسيا جديد المسقط مع المستوى الافقى واما اذا كان المستقيم المذكور ليس موازيا للمستوي المسقط فلا يكون المستوى العمود على هذا الخط عمودا على مستويين المستويين الافقى والرأسي فلا يمكن اعتباره بالضرورة مستويا افقيا ولا رأسيا للمسقط مع واحد من المستويين الاصلين ومن ثم يلزم حل هذه المسئلة ان نبتدء بجعل المستقيم المقروض موازيا لاحد مستويي المسقط كما هو مبين في (بند ٥٠) فان اردنا مثلاً جعل المستقيم و عمودا على المستوى الافقى نجعله اولاً موازيا للمستوى الرأسى ثم نغير المستوى الافقى بالتنبيه على انه اذا كان المستقيم و عمودا على المستوى الافقى يكون مسقطه الرأسى عمودا على خط الارض انظر (خامسا من بند ١٧)

فحينئذ نأخذ χ ض عمودا على ω فيكون المسقط الافقى حينئذ نقطة واحدة كائنة على استداد ω امام χ ض وعلى بعد منه $\omega = \omega'$ وهو بعداى نقطة من المستقيم و عن المستوى الرأسى

* (المسئلة الثامنة) * اذا كان المطلوب جعل مستوي عمودا على احد مستويي المسقط يقال

ان هذه المسئلة قد انحلت في (بند ٤٨) فقد شاهدنا انه يلزم لجعل المستوى م المعلوم عمودا على المستوى الرأسى للمسقط تغيير المستوى الرأسى للمسقط واخذ خط الارض الجديد عمودا على ω وانه يلزم ايضا لجعل المستوى م عمودا على المستوى الافقى تغيير المستوى الافقى للمسقط واخذ خط الارض الجديد عمودا على ω'

* (المسئلة التاسعة) * اذا كان المطلوب جعل مستوي عمودا على خط الارض يقال

انه يجب ان يكون المستوى عمودا على المستويين الافقى والرأسى معا فتغير

اولا المستوى الرأسى باخذ χ ض مثلا عمودا على χ ونستخرج منه χ
 كافي (بند ٤٧) ثم تغير المستوى الافقى باخذ χ ض عمودا على χ
 فيبقى المستوى دائما عمودا على المستوى الرأسى السابق ويكون مع ذلك عمودا
 على المستوى الافقى الجديد وحينئذ يكون عمودا على تقابلهما اي على خط
 الارض الجديد

* (٥٤) *

* (المسئلة العاشرة) * اذا كان المطلوب جعل مستو موازيا لخط الارض
 يقال

ان اثرى المستوى الموازى لخط الارض كافي (الشكل ٥٣) يكونان موازيين
 للخط المذكور انظر (ثامنا من بند ٣٣) فاذا اردنا حينئذ حل هذه المسئلة
 بتغير المستوى الرأسى لزم اخذ χ ض موازيا للاثر χ ثم لاجل ايجاد نقطة
 من نقط χ يمكن ان يرسم فى المستوى χ مستقيما ويبحث عن تقابله مع
 المستوى الرأسى الجديد وكيفية الوصول لذلك سهلة جدا وذلك ان المستويين
 الرأسين والمستوى χ متقاطعة فى النقطة α التى مسقطها الافقى α
 بالضرورة نقطة تقابل خطى الارض χ و χ وباتساق هذه
 النقطة للمستوى الرأسى χ ض تكون فى α على χ واذا
 اتسبت للمستوى الرأسى χ ض تكون على عمود على χ وعلى بعد منه
 $\alpha = \alpha$ فتكون النقطة α نقطة من χ

ولو ارد حل المسئلة بتغير المستوى الافقى لزم ان يؤخذ خط الارض الجديد موازيا
 للاثر χ فيوجد بكيفية مشابهة للكيفية المذكورة نقطة من نقط الاثر
 الافقى الجديد

* (٥٥) *

* (المسئلة الحادية عشر) * اذا كان المطلوب جعل مستو موازيا لاحد مستويي

المسقط يقال

ان المستوى الموازي لاحد مستويي المسقط يكون بالضرورة عمودا على الآخر
وحيث ان يلزم حل هذه المسئلة ان يتدبّر بمجعل المستوى المقروض عمودا على احد
مستويي المسقط كما في (بند ٥٢) ثم يجعل موازيا للمستوى الآخر فاذا
اريد مثلا ان يجعل المستوى المقروض وهو م موازيا للمستوى الراسي
فالجعل اولا عمودا على المستوى الافقي ثم يغير المستوى الراسي باخذ خط
الارض الجديد موازيا للآخر ق ك كما في (سادسا من بند ٣٣) واما
اذا اريد جعل المستوى م موازيا للمستوى الافقي فالجعل اولا عمودا على
المستوى الراسي ثم يغير المستوى الافقي باخذ خط الارض الجديد موازيا
للآخر ر كما في (سابع من بند ٣٣) ومن المعلوم انه لا يوجد في التغيير
الثاني اثر للمستوى حتى يبحث عنه

* (٥٦) *

وقبل الشروع في حل مسئلة دوران الاشكال حول محور نشرع في ثلاث
قواعد واضحة لها وقع عظيم فنقول

* (اولا) * ان كل شكل في مستو مواز لاحد مستويي المسقط ينسقط على
هذا المستوى وينطبق على شكل مثله وبيان ذلك انك اذا انزلت من نهايتي
مستقيم اعمدة على مستوي المسقط يتكون معك شكل متوازي الاضلاع قائم
يكون مسقطه الضلع المقابل للمستقيم المنسقط فكل شكل يحدد بخطوط
مستقيمة متناهية في الصغر

* (وثانيا) * ان كل شكل كائن في مستو عمود على احد مستويي المسقط
ينسقط عليه في اثر المستوى المشتمل عليه لان الاعمدة النازلة من كل نقطة من
الشكل المذكور لا تخرج عن المستوى المذكور

* (وثالثا) * انه متى دار شكل حول محور يدور ايضا مسقطه على المستوى
العمودي على المحور المذكور حول اثر المحور يقيمه دائما كما هو واما
مسقطه على مستو آخر فيتغير في اي وقت من اوقات الحركة اذا ثبت هذا امكن

تدوير شكل حول محور عمود على احد مستويي المسقط او مواز له او على
اي اتجاه كان ثم يحدد تدوير الشكل الفراغي بتغير مواضع اجزائه المختلفة والحق
ان يقال انه صار شكلا آخر مساويا للاول نبحث عن مساقطه ولاجل
ذلك نسم رموز النقط والخطوط والمستويات دون اسس رموز مستويي
المسقط

(المسئلة الثانية عشر) اذا كان المطلوب تدوير نقطة حول
محور رأسي بقدر زاوية معلومة واييجاد مسقطها في وضعها الجديد
يقال

لتفرض كما في (الشكل ٤٥) ان النقطة المفروضة هي م وان المحور الرأسي
هو ا فاذا انزلنا من النقطة م عمودا على المحور يكون اقياسا وينسقط
بالضرورة انسقاطا اقياسيا في ر بمقداره الاصلى انظر (اولا من عمدة ٥٦)
واما مسقطه الرأسي ر فيكون موازيا لخط الارض خ ض انظر
(ثانيا من عمدة ١٧) فاذا دورنا الجمله بقى العمود ر دائما عمودا على المحور
ا وعلى طوله الاصلى ورسم بالضرورة دائرة تكون في مستوي عمود على ا
او افقي ومركزها على المحور ومسقطها الافقي ج دائرة مساوية لها مركزها
في ا ونصف قطرها يساوي ر ومسقطها الرأسي ج مستقيم مواز لخط
الارض خ ض وحيث ان النقطة م لا تخرج عن المحيط المذكور يكون
مسقطها على ج و ج فاذا فرضنا ان النقطة م تدور حول ا بمقدار
الزاوية ا على اتجاه السهم ف صار نصف القطر ر في وضع ر فيحدث
ر مع ر الزاوية ا وحيث انه لا بد وان يتكون من المسقطين الاقيسين عين
الزاوية المذكورة يكفي ان يمد ر بحيث يحدث مع ر للزاوية ا فتكون
نقطة تقابل المستقيم المذكور مع ج المسقط الافقي م للنقطة م بعد

الدوران واما مستطها الرأس بحيث انه يجب ان يكون على المسقط الرأسى
للدائرة ج يكون فى نقطة م ولو حصل الدوران فى جهة عكس المذكورة
كما يظهر ذلك من السهم ن صار نصف القطر ر فى ر والنقطة
م فى م

* (٥٨) *

* (المسئلة لثالثة عشر) * اذا كان المطلوب تدوير نقطة بقدر زاوية معلومة
حول محور عمود على المستوى الرأسى يقال
ان هذه المسئلة كفاى (الشكل ٥٥) لا تخالف ما قبلها فى شئ سوى ان
الدائرة المرسومة هنا بالنقطة م كائنة فى مستو مواز للمستوى الرأسى بحيث
ان الزاوية المفروضة لا بد وان تكون حادثة من المسقطين الرأسين ر و ر
الذين هما مسقطان صفى قطرى الدائرة المذكورة المارة بالنقطتين م و م

* (٥٩) *

* (المسئلة الرابعة عشر) * اذا كان المطلوب دوران مستقيم بقدر زاوية معلومة
حول محور رأسى او عمود على المستوى الرأسى يقال
ان المستقيم المذكور يمكن ان يشغل ثلاثة اوضاع مختلفة بالنسبة
للمحور ولند كر ذلك فنقول
* (اولا) * قد يكون المستقيم موازيا للمحور فيرسم سطح اسطوانيا اذا قاعدة
مستديرة كما هو معلوم فى الهندسة الاصلية
* (وثانيا) * قد يقطعه فى نقطة فيرسم حينئذ سطح مخروطيا اذا قاعدة
مستديرة كما هو معلوم ايضا من الهندسة الاصلية
* (وثالثا) * قد لا يكون كائنا مع فى مستو واحد فيرسم سطح اسطوانى بسطح
القطع الزائد الدائرى الطية وسنبينه ولنشرح هذه الاحوال الثلاثة فنقول
* (الاولى) * ان يفرض ان المحور الرأسى هو ا كفاى (الشكل ٥٦) وان
المستقيم الموازى له هو و الذى هو بالضرورة رأسى فتكون جميع نقط

المستقيم و الدائرة حول α باقية على البعد الكائن بينهما وبين المحور
المذكور حيث يكون ω و α متوازيين دائماً يرسم حينئذ الاثر الافقي
للمستقيم و الزاوية α وبذلك يصير المستقيم ω في ω

(الحالة الثانية) ان يفرض ان المحور الرأسى α كافي (الشكل ٥٧)
وان المستقيم القاطع له في نقطة m هو ω ففي دور المستقيم ω بقدر
الزاوية α حول المحور α فلا بد وان يستمر ماراً من النقطة m ويكفي حينئذ
لمعرفة الوضع الجديد لهذا المستقيم معرفة تامة ان يعين الموضع الذى شغلته نقطة
من نقطه فتأول المسئلة حينئذ الى تدوير احدى نقط المستقيم ω حول المحور
 α والاحسن ان ينتخب من نقط هذا المستقيم اثره الافقى α ان كان موجوداً
في حدود الرسم لان الدائرة ω التى يرسمها تكون في المستوى الافقى
ومسقطها الرأسى بالضرورة على خط الارض كما ان مسقط النقطة α يكون
كذلك فاذا اوصلنا هذه النقطة بالنقطة m حدث المستقيم ω ومن حيث
ان الاثر الرأسى ω يخرج مدة الحركة من المستوى الرأسى لا يكون
وضع الاثر الرأسى الجديد ω الوضع الحادث للنقطة ω ولذا رمزنا له
برمز آخر

(الحالة الثالثة) ان يفرض ان المحور الرأسى هو α كافي (الشكل ٥٨)
وان المستقيم الذى ليس معه في مستو واحد هو ω فلا جل معرفة وضع
المستقيم المذكور بعد دورانه حول المحور α بقدر زاوية معلومة α يكفى
بالضرورة تعيين الوضعين الجديين لنقطتين من نقط المستقيم المذكور كما هو معلوم
ولنفرضهما عليه m و ω فيرسمان مدة الدوران قوسى دائرتين
 ω و ω في مستويين عمودين على المحور وموازيين بالضرورة للمستوى
الافقى فتصير حينئذ النقطة m في m و ω في ω ولعدم رسم الزاوية
 α بعد دوران النقطة m كما علم ذلك من (بند ٥٧) يمد نصف
انقطر المار من ω الى ω ويؤخذ قوس رسم $m = m$ ويرسم

المستقيم $م أ$ فيقطع هذا المستقيم الدائرة $ج$ في النقطة $د$ ومن ذلك
ينتج $د$

وتختصر العمليتان بأخذ نقطتين مسقطاهما الاقيان على بعد واحد من $أ$
لان الدوائر التي ترسمها هاتان النقطتان متحدة المسقط الافقي فلواخذنا مثلاً
النقطتين $ا و م$ لاجرى على احدهما وهي $م$ ما اجرى عليها قبل
في (ثمرة ٥٧) ولايجاد النقطة $أ$ نأخذ على الدائرة $ج$ او $ج$
البعد $ا ا = م م$

ثم انه يمكن انتخاب النقطتين بكيفية خاصة بواسطة تحمل المسئلة وهي ان ينزل
من $أ$ عمود $ن$ على $و$ يقطعه في النقطة $ع$ التي هي المسقط الافقي
لنقطة $ع$ من نقط المستقيم $و$ ثم تقرر ان جملة المستقيم $و$ والمسقط
الافقي $و$ والرأسي $ن$ تدور حول المحور بقدر الزاوية $ا$ فيصير الرأسى
في $ن$ صانعا مع $ن$ الزاوية $ا$ ويبقى المستقيم $و$ مدة الدوران عمودا
على $ن$ ومسقطا اقبيا للمستقيم $و$ في جميع اوضاعه كما في (الثامن
بند ٥٦) فحينئذ اذا مدينا $و$ عمودا على $ن$ او مماسا للدائرة
 $ج$ يحدث معنا المسقط الافقي للمستقيم $و$ بعد الدوران ونقطة اخرى
 $ع$ من المسقط الرأسى فاذا علم اتجاه هذا المسقط او نقطة ثانية منه امكن رسمه
ويمكن ايجاد النقطة $أ$ بجعل النقطة $ا$ في $أ$ على $و$ برسم قوس
دائرة من $أ$ معتبرة مركزا ومن المعلوم انه يمكن انتخاب اى نقطة
غير النقطة $ا$

يمكن حل المسئلة التي الغرض منها دوران مستقيم حول محور عمود على

المستوى الرأسى بهذه الكيفية نعم ينبغي ان نجري على المستوى الرأسى العمليات
التي اجريت على المستوى الافقى وبالعكس

* (٦٠) *

* (المسئلة الخامسة عشر) * اذا كان المطلوب دوران مستوي بقدر زاوية
معلومة حول محور رأسى يقال

ان الوضع الجديد للمستوى المفروض يعلم اذا علم وضع المستقيمين الكائنين على
المستوى المذكور والاحسن ان ينتخب من المستقيمان مستقيمان اقليان
ويؤخذ الاثر الافقى للمستوى بدل احدهما لكونه لا يخرج مدة الحركة عن
المستوى الافقى فاذا انزلنا من النقطة ^ق ا كافي (الشكل ٥٩) عمودا ن

على ق فانه يقابل الاثر المذكور في النقطة ع التي ترسم مدة الدوران
دائرة ج يكون الاثر الافقى مماسا لها دائما وحيث ان المستقيم المذكور
يصير في الوضع ن الصانع مع ن الزاوية المفروضة ا تكون
النقطة ع في ع واذا اخذنا للدائرة ج مماسا في النقطة ع كان

هو الاثر الافقى ق للمستوى م بعد الدوران وانتسبت النقطة ب التي
يقابل فيها الاثر المذكور خط الارض للاثر الرأسى الجديد للمستوى المذكور
ثم نستعمل لاييجاد نقطة ثانية منه اقليان ط من المستوى م فيبقى مدة
الدوران على بعد واحد من المستوى الافقى فيكون بالضرورة مسقطه الرأسى
على خط واحد مواز لخط الارض خ ض دائما واما مسقطه الافقى فيبقى
موازيا للاثر الافقى للمستوى فحينئذ ط يقطع المستقيم ن في النقطة ك^ق

المتقلة في ك^ق على ن فاذا امررنا من هذه النقطة المستقيم ط موازيا
للاثر ن يكون هو المسقط الافقى للخط الافقى ط بعد الدوران
كافي (ثالثا من بند ٥٦) وتكون النقطة س التي يقطع فيها
ط المستوى الرأسى النقطة الثانية المطلوبة من الاثر ر فاذا اوصلنا

بين α و β نجد الاثر المذكور

وكان يمكن بدل ازال العمود α على β ان نبحث عن الوضعين الجديدين لنقطتين حيث ما اتفق لكن يكون في العمليات تطويل ولو انتخبت النقطتان

المذكورتان على بعد واحد من النقطة α فقد اخذنا اقصيا β وكان يمكن اختصار الشكل لو فرضنا الافق المار بالنقطة التي يقابل فيها المحور

المستوى α فيكون مسقطه الافق مارا بالنقطة α

فلو لم يقابل الاثر الافق β خط الارض في حدود الرسم لما حدثت النقطة β من الاثر الرأسى فتجبر على استعمال مستقيم آخر يستحسن انتخابه اقصيا

ونبحث عن اثره الرأسى بعد الدوران فيحدث لنا نقطة من α اذا وصلت بنقطة β يحدث لنا الاثر المطلوب

ويمكن ان تحل المسئلة ايضا باخذ محور عمود على المستوى الرأسى ولا تستعمل في هذه الحالة الازاسيات المستوى

(٦١)*

(المسئلة السادسة عشر) * اذا كان المطلوب جعل مستقيم في وضع مواز لاحد مستويي المسقط يقال

انه يمكن كما في (الشكل ٦٠) بدل دوران المستقيم بقدر زاوية معلومة ان يطلب تدويره حتى يصير في وضع معين بالنسبة لمستويي المسقط فاذا اريد مثلا دوران المستقيم و حول المحور الرأسى α حتى يصير موازيا للمستوى الرأسى يكون في هذا الوضع مسقطه الافق موازيا لخط الارض انظر (الثامن بند ١٧) ويكفي حيثئذ معرفة احدى نقطه ويسهل معرفة انه

يجب ان يستعمل هنا الحال الاخير المقرر في (الثامن بند ٥٩) فنزل من النقطة α عمودا على β يقابله في النقطة γ التي هي المسقط الافق للنقطة γ من المستقيم و فاذا تصورنا الآن الجملة المتحصلة من

المستقيم ν ومن مسقطه الافقى ν ومن الرأسى التازل من النقطة ع
ومن المستقيم ν ودورها حول المحور α لبقية المستقيمت الاربع على
وضع متناسب فيكون ν اما عمودا على ν او مماسا للدائرة المرسومة من
 α معتبرة مركزا بالنصف قطر ν وموازيا في هذه الحالة الثانية لخط الارض
خض وتصير النقطة ع في ع على ارتفاع واحد فوق المستوى الافقى
وكذلك تصير النقطة α في α وبذلك يصير ν المسقط الرأسى للمستقيم
في حالة وضعه الجديد

وحيث ان نقط المستقيم ترسم اقواس دوائر اقلية يتضح انه ينتج من الشكل
الزاوية α المرسومة بالنصف قطر ν والتي تدور بقدرها اجزاء الشكل
الباقية اذا وجدت خطوط اخرى تابعة لحركة المستقيم ν

* (٦٢) *

واذا لم يعلم المحور α من قبل ينتخب مارا بنقطة من المستقيم ν لما في ذلك من
اختصار الشكل ولتنبه على اننا مجبورون في جعل المستقيم ν موازيا
للمستوى الرأسى على انتخاب المحور رأسيا ومن المعلوم ان المسئلة تنحل في هذه
الحالة كما ذكرنا لو كان المحور عمودا على المستوى الرأسى لرسمت جميع نقط
المستقيم ν دوائر موازية للمستوى الرأسى وكان لها بالضرورة بعد واحد
عن المستوى المذكور فلا تكون جميع نقط ν بعد الدوران على بعد واحد
عن المستوى الرأسى ولا يكون المستقيم المذكور موازيا لهذا المستوى بالضرورة
ولا يمكن بما ذكر جعل المستقيم ν في وضع مواز للمستوى الافقى الا بحركة
دوران حول محور عمود على المستوى الرأسى

* (٦٣) *

* (المسئلة السابعة عشر) * اذا كان المطلوب جعل مستقيم في وضع عمود على
احد مستويي المسقط يقال

متى كان مستقيم عمودا على احد مستويي المسقط كما في (الشكل ٦١) يكون

بالضرورة موازيا للاخر وحينئذ يلزم لجعل مستقيم موازيا للمستوى الرأسى ان يدور ذلك المستقيم حول محور رأسى كافى (بند ٦٢) لكن جميع نقط المستقيم مدة هذه الحركة تبقى على بعد واحد من المحور فلا يمكن ان يوازيه بالضرورة اصلا وذلك لان كل مستقيم دائر حول محور عمود على المستوى الرأسى لا يمكن ان يكون موازيا له ان لم يكن كذلك قبل الدوران فيستحيل حينئذ جعل مستقيم رأسيا لدورانه بحركة بسيطة جدا حول محور واحد لكن باول حركة حول محور رأسى ا يجعل المستقيم و في وضع كوضع و موازيا للمستوى الرأسى كافى (بند ٦١) ثم يجعل هذا المستقيم بثنى حركة دوران حول المحور ب العمود على المستوى الرأسى في وضع رأسى كوضع و لان المسقط و يشغل مدة الدوران الثانى جميع الاوضاع المماسية للدائرة ج فلا بد ان يبقى في وقت من اوقات الحركة برهة صغيرة عمودا على خ ض فيكون المستقيم و حينئذ رأسيا كافى (خامسا من بند ١٧) ولاجل جعل المستقيم المقروض في وضع عمود على المستوى الرأسى يلزم ان يجعل اولا موازيا للمستوى الافقى بتدويره حول محور عمود على المستوى الرأسى وان يجعل في الوضع المطلوب بحركة دوران اخرى حول محور رأسى

تنبيه يمكن ان يتحصل من العملية زاويتان ا و ب حادثتان من دوران المستقيم و حول المحورين فلو وجدت خطوط اخرى او نقط كذلك تابعة للمستقيم في هذه الحركات للزم دورانها بمقادير زوايا متساوية

*(المسئلة الثامنة عشر) اذا كان المطلوب جعل مستوي في وضع عمود على احد مستويي المسقط يقال

لنفرض كافى (الشكل ٦٢) ان المستوى هو م وان المحور الرأسى هو ا وان المطلوب دوران المستوى م حول المحور ا حتى يصير عمودا على

المستوى الرأسى فيكون اثره الافقى في وضعه الجديد عمودا على χ ض ولو
 انزلنا من النقطة α عمودا كالعمود β على τ وقابله في النقطة γ
 رسمت هذه النقطة دائرة κ دائرة γ بمسها دائما الاثر الافقى
 للمستوى وبصير العمود β موازيا χ ض امامى β وامامى γ
 بحسب كون الدوران من اليمين الى اليسار او بالعكس ثم اذا رسمنا
 مماسا للدائرة γ عمودا على χ ض نجد τ او τ ولايجاد الاثر
 الرأسى ننبه على ان المحور α يقطع المستوى μ في نقطة غير متغيرة مدة
 الدوران ومسقطها الرأسى على الاثر الرأسى الجديد للمستوى κ كما فى
 (ثانيا من بند ٥٦) فاذا رسمنا اقبيا كلافقى τ للمستوى μ
 مقابلا للمعور فى النقطة μ تكون النقطة μ احدى نقط الاثر الرأسى
 المطلوب ونقطة γ او γ التى يقابل فيها الاثر الافقى خط الارض χ ض
 نقطة ثانية له وبذلك يتعين الاثر α او α
 ولواريد جعل المستوى عمودا على المستوى الافقى للزم تدويره حول محور عمود
 على المستوى الرأسى

* (المسئلة التاسعة عشر) * اذا كان المطلوب جعل مستوفى وضع عمود
 على خط الارض يقال

ان المستوى فى وضعه الجديد عمودا على مستوفى المسقط معا كما فى (الشكل ٦٣)
 وحيث شوهده انه لم يمكن جعله عمودا على المستوى الافقى بحركة دوران
 حول المحور الرأسى كما تقدم لنا ذلك فى (بند ٦٤) لا يمكن جعل مسئلتنا
 هذه الا بتدويرين احدهما حول المحور الرأسى α لجعل المستوى μ
 فى وضع كالوضع μ عمودا على المستوى الرأسى للمسقط فقط والاخر حول
 محور كالمحور β عمودا على المستوى الرأسى للمسقط لجعل المستوى

م في الوضع م أي الوضع العمودي على المستوى الافقي وحيث ان وضع
المستوى م بالنسبة للمستوى الرأسى للمسقط لا يتغير في التدوير الثاني
كفاي (ثالثا من بند ٥٦) يكون المستوى م عمودا على مستوي
المسقط معا فيكون عمودا بالضرورة على خط الارض ويختصر الشكل
بامرار المحورين بالنقطة م التي هي احدى نقط المستوى المعلوم م

* (٦٦) *

* (المسئلة العشرون) * اذا كان المطلوب جعل مستوي في وضع مواز لخط
الارض يقال

يمكن كفاي (الشكل ٦٤) حل المسئلة بتدوير المستوى م حول المحور
الرأسى ١ حتى يصير اثره الافقي موازيا خ ض انظر (ثامنا من بند ٣٣)
ثم لايجاد الاثر الرأسى الذى يجب ان يكون موازيا ايضا خ ض لا يصح
ان يستعمل افقي من اقصيات المستوى كما هو معلوم لان المستقيم يصير بعد
الدوران موازيا خ ض ولا يقابل بالضرورة المستوى الرأسى لكن يبحث
عن النقطة م التي هي تقابل المحور ١ بالمستوى م وهذه النقطة ثابتة فاذا
امررنا منها في المستوى م المستقيم و الذى لم يرسم في الشكل غير مسقطه
الافقي و فلا بد وان يستمر مارا بالنقطة م نفسها وبصير اثره الافقي ١
في النقطة ا كما يصير المستقيم و في الوضع و الذى فيه اثره الرأسى هو
النقطة ٢ فحينئذ اذا امررنا من هذه النقطة موازيا للخط خ ض كان هو

الاثر المطلوب م

ومن المعلوم انه يصح ان يستعمل بدل الاثر ١ نقطة اخرى من المستقيم و

* (٦٧) *

* (المسئلة الحادية والعشرون) * اذا كان المطلوب جعل مستوي في وضع
موازا لاحد مستوي المسقط يقال

ان المستوى الموازى للمستوى الرأسى يكون ايضا عمودا على المستوى
الافقي واثره الافقي موازيا لخط الارض فيلزم اولا جعل المستوى المقروض م

عمود على المستوى الافقى بحركة دوران حول محور عمود على المستوى
الرأسى كما فى (بند ٦٤) ثم يجعل بحركة دوران ثانية حول محور رأسى
موازي للمستوى الرأسى

ولجعل مستوفى وضع مواز للمستوى الافقى يجعل اولا عمود على المستوى
الرأسى بحركة دوران حول محور رأسى ثم يجعل بحركة دوران اخرى حول محور
عمود على المستوى الرأسى موازيا للمستوى الافقى

* (٦٨) *

ويمكن بحركات دوران كالحركات السابقة جعل اى مستوفى وضع به يكون
اثره الافقى مثلا موازيا لمستقيم معلوم فى المستوى الافقى كما يصح تعيين
حد الحركة اللازم اجراؤها على المستوى المذكور

* (٦٩) *

ويمكن حل جميع المسائل الهندسية الوصفية بواسطة تغييرات مستوفى المسقط
وبحركات دوران حول محور عمود على احد مستوفى المسقط وهذا فى الحقيقة يرجع
للتغييرات وذلك لان تغيير المستوى الرأسى للمسقط مثلا يرجع بالضرورة لدوران
المستوى الرأسى القديم حول محور رأسى حتى يصير فى الوضع الجديد المطلوب
وضعه فيه غاية ما فيه ان الفرق بين هاتين الطريقتين الاصليتين ان الذى يدور فى
الاولى حول محور عمود على المستوى الاخر ليصير فى وضع لائق بالنسبة للشكل
المراد اسقاطه هو احد مستوفى المسقط وان الذى يدور فى الثانية حول محور
كالاول ليصير فى وضع لائق بالنسبة لمستوفى المسقط هو الشكل نفسه ومن هنا
ينتج ان المسائل تتحل غالباً بتغييرات مستوفى المسقط او بحركات دوران او بهما
معا ومع ذلك فيشاهد ان فى استعمال احدهما دون الاخرى اختصارا وسهولة
فى بعض الاحيان وسنذكر مسائل لا يمكن حلها الا باحدى هذه الطرق

ويشاهد مما سبق ان الاختصار فى جعل مستوفى وضع مواز لخط الارض
تغيير المستوى لا حركة الدوران لانها تستلزم استعمال مستقيم
لا حاجة له فى الاولى لكن يختار استعمال حركة الدوران عن استعمال تغيير

مستوي المسقط عند انتخاب المحاور انتخاباً مستحسنًا لجعل مستوي وضع عمود على خط الأرض فالمسئلة المقررة في (بند ٦٨) لا يمكن حلها بتغييرات المستوي بالضرورة

وقد يضطر غالباً في المسائل العملية الى دوران شكل حول محور ليس عموداً على احد مستويي المسقط لكنه في العادة مواز لاحدهما والغالب ان يكون في احدهذين المستويين وتحل هذه المسائل ايضاً بتغييرات المستويات وبحركات الدوران حول المحاور العمودية على احد مستويي المسقط

* (المسئلة الثانية والعشرون) * اذا كان المراد تدوير نقطة او مستقيم بمقدار زاوية معلومة حول محور مواز لاحد مستويي المسقط يقال ليفرض ان α مثلاً محوراً في مائل بالنسبة للمستوى الرأسى κ كما في (الشكل ٦٥) وان المراد تدوير النقطة m او المستقيم ω بمقدار زاوية معلومة α حول المحور المذكور فترسم النقطة m وجميع نقط المستقيم ω اقواس دائرة كلها في مستويات عمودية على المحور α فتكون بالضرورة رأسية وتنسقط انسقاطاً رأسياً بدواً ورمساوية لها اذا كان المستوى الرأسى للمستقيم عموداً على المحور α ولذا يغير او لا المستوى الرأسى ويختار آخر عمود على α فيؤول الحال الى تدوير النقطة m والمستقيم ω حول محور عمود على المستوى الرأسى للمسقط وقد تقدم لنا في (بندى ٥٨ و ٥٩) كيفية ايجاد مسقطي النقطة m والمستقيم ω على المستويين اللذين يتقاطعان في χ κ يمكن يلزم نسبة النقطة والمستقيم الى مستويي

المسقط القديمين فيكون ذلك ان تنزل من النقطة m عموداً على χ وان تأخذ

$$m' = m \quad \omega' = \omega \quad \chi' = \chi$$

فيحدث المسقط الرأسى لنقطة ثانية من المستقيم ω وبهذا يتعين المستقيم

نعينا كليا وكذلك النقطة م

* (٧٢) *

ثم ان الجزء الاول من المسئلة مبني على جعل المحور ا عمودا على احد مستويي المستط ومن المعلوم انه كان يمكن الوصول لذلك بحركة دوران حول محور رأسي كافي (بند ٦٣) لكن ما تبغناه من العمليات سهل جدا كما لا يخفى ذلك لتوصيلها بالمطلوب بلا واسطة

اذا اريد تدوير النقطة او المستقيم حول محور مواز للمستوى الرأسي يتنبه الى ان الدوائر الحادثة من دوران كل نقطة اعمدة على هذا المحور فتكون بالضرورة اعمدة على المستوى الرأسي وبهذا يتوصل اولا الى جعل هذا المحور رأسيا بأخذ مستواً افقي جديد يكون عمودا عليه لان هذه الدوائر تنسقط كلها على هذا المستوى الجديد بدوائر مثلها

* (٧٣) *

* (المسئلة الثالثة والعشرون) * اذا كان المطلوب تدوير مستوٍ بمقدار زاوية معلومة حول محور مواز لاحد مستويي المستط يقال

ليفرض كافي (الشكل ٦٦) ان المحور ا مواز للمستوى الرأسي ومائل بالنسبة للمستوى الافقي ثم يبحث عن ايجاد اثرى المستوى م بعد دورانه حول المحور ا بمقدار زاوية معلومة فجميع نقط المستوى م ترسم مدة الحركة اقواس دوائر كائنة في مستويات اعمدة على المحور وتنسقط كلها بدوائر مثلها اذا كان المستوى الافقي عمودا على ا ولذا نغير اولا المستوى الافقي ونجعله عمودا على ا ولا بد ان يكون حيث نخط الارض خ ص عمودا على ا وان يكون المسقط الافقي للمحور ا قس النقطة ا متباعدة عن خ ص بمقدار مساو لبعده ا عن خ ص ولايجاد ق نمد ر حتى يتلاقى مع خ ص في النقطة و ثم نعين نقطة ثانية كالنقطة ر بواسطة الرأس ط للمستوى م فاذا انزلنا من ا عمودا ا ع

على $ق$ ورسمنا قوس دائرة مركزها $أ$ ونصف قطرها هو $أع$
ورسمنا $أع$ بحيث يصنع مع $أع$ الزاوية المقروضة $إ$ ثم رسمنا من $ع$ مماسا
لقوس الدائرة المرسومة نجد الاثر $الافق$ $ق$ للمستوى في وضعه الجديد ومن
ذلك يستخرج الاثر $الرأسي$ $ر$ بواسطة $افق$ $ب$ للمستوى تعلم منه
النقطة $ج$ فيحصل معنا الاثر $الافق$ $ق$ للمستوى $م$ على المستوى
القديم $بد$ $ر$ الى $خ$ ض ان امكن ذلك ثم نعين نقطة اخرى كالنقطة $د$
بواسطة $الرأسي$ $هـ$ للمستوى $م$
ولدوران المستوى حول محور مواز للمستوى $الافق$ يلزم اولا ان يؤخذ مستو
جديد رأسي عمودا على هذا المحور ويمكن بدل التحديد بالزاوية ان يجعل المستقيم
او المستوى في وضع معين

* (٧٤) *

* (المسئلة الرابعة والعشرون) * اذا كان المطلوب تدوير نقطة او مستقيم
بقدر زاوية معلومة حول محور ما يقال

ليكن المحور $أ$ كافي (الشكل ٦٧) معلوما بمسقطيه $أ$ و $أ$ والنقطة
 $م$ معلومة بمسقطيها ايضا $م$ و $م$ والمستقيم $و$ معلوما ايضا بمسقطيه
 $و$ و $و$ فيلزم ايجاد مستطى المستقيم اللذين هما $و$ و $و$ للمستقيم $و$
والمسقطين $م$ و $م$ للنقطة $م$ بعد تدوير $و$ و $م$ بمقدار الزاوية $إ$ حول
المحور $أ$ ففي مدة الدوران ترسم النقطة $م$ وجميع نقط المستقيم $و$
اقواس دائرة كائنه في مستويات اعمد على المحور $أ$ تنسقط بدوائر
متساوية اذا كان المحور $أ$ عمودا على احد مستويي المسقط فيلزم حيثئذ
جعله في هذا الوضع باختيار مستو جديد للمسقط عمودا على $أ$ لكن لا يصير
المستوى المذكور عمودا على مستويين المستويين المنسوب اليهما الشكل

الآن فيضطر الى تغيير المستوى مرتين بان تأخذ
 * (اولا) * مستويا رأسيا جديا موازيا للمحور α ولأجل السهولة
 والاختصار في ذلك ينتخب المستوى المسقط اقصيا لهذا المحور وبذلك يكون خط
 الارض الجديد هو المسقط α وحيث ان المساقط الاقضية α و μ و ν
 لا تتغير تكون المساقط الرأسية الجديدة α و μ و ν على المستوى الرأسى الجديد
 انظر (بندى ٤٤ و ٤٦) وبذلك يؤل الحال الى تدوير النقطة μ والمستقيم
 و حول المحور α الموازى لاحد مستويي المسقط اى الى المسئلة المتقدم
 حلها في (بند ٧١) ثم يغير الآن المستوى الافقى بان يجعل χ عمودا
 على المحور α فيكون مسقط المحور الافقى نفس النقطة α وحيث ان
 المسقطين الرأسين μ و ν لا يتغيران يكون المسقطان الاقعيان
 عينى μ و ν ثم لتدوير μ والمستقيم و حول المحور α الذى
 هو الآن عمود على المستوى الافقى يلزم ان يوصل بين α و μ ويجعل هذا
 المستقيم نصف قطر ترسم به دائرة تقطع ν في نقطة ثانية κ ثم تصنع الزاوية
 α بواسطة المستقيم α μ فيتحصل نقطة μ ويجعل κ ν =
 μ μ يتحصل معنا نقطة ثانية من ν ولـ يكون المسقطين μ و κ
 يوجدان على خطين موازيين لخط الارض χ ومارين بالمسقطين
 μ و κ يتحصل معنا ν فيلزم الآن تغيير المستوى الافقى وانتخاب
 χ خطا ارضيا بشرط ان يؤخذ μ خلف هذا الخط و κ
 امامه كوضعى μ و κ بالنسبة الى χ انظر (بند ٤٣)
 ومن هذا ينتج ν ومنه ينتج ν انظر (بند ٤٦)

* (المسئلة الخامسة والعشرون) * اذا كان المطلوب تدوير مستوي بقدر زاوية معلومة حول محور ما يقال

ليفرض كما في (الشكل ٦٨) ان المحور $أ$ معلوم بمسقطيه $أ$ و $أ'$ وان المستوى $م$ معلوم ايضا باثريه $ق$ و $ر$ والمطلوب تدوير المستوى $م$ بقدر زاوية معلومة $إ$ حول المحور $أ$ ففي مدة الدوران ترسم جميع نقط المستوى $م$ اقواس دائرة في مستويات اعمدة على $أ$ وبذلك لا تكون موازية لاحد مستويي المسقط ولا اعمدة عليه فقد آل الامر اولا الى تغيير المستوى الرأسى كما في المسئلة المتقدمة فيقتد يؤخذ المستوى الجديد موازيا للمحور او مارا بالمحور نفسه وهو اخصر فينطبق خط الارض $خ$ ض على $أ$ ثم لايجاد وضع المحور على هذا المستوى يبحث عن وضعي نقطتين من نقطه

$أ$ و $م$ فيتحصل المحور $أ$ وحيث ان الاثر $ق$ لا يتغير يعين الاثر الرأسى $ر$ باقى $ب$ من المستوى ثم يغير المستوى الافقى بانتخابه عمودا على المحور فيكون خط الارض $خ$ ض عمودا على $أ$ والمسقط الافقى للمحور هو عين $أ$ فلا يتغير الاثر الرأسى $ر$ ويتحصل الاثر الافقى $ق$ بواسطة الرأسى $ط$ للمستوى ثم يلزم تدوير المستوى $م$ المعلوم باثريه $ق$ و $ر$

حول المحور $أ$ الذى هو الان عمودا على المستوى الافقى للمسقط بان تنزل $أ$ ع عمودا على $ق$ وترسم الزاوية $إ$ ثم ترسم قوس دائرة يجعل $أ$ مركزا فيتحصل معنا النقطة $ع$ وباخذ $ق$ مماسا في هذه النقطة للدائرة $ج$ يحدث الاثر الافقى للمستوى في وضعه الجديد ويقابل الاثر الرأسى $ر$ المحور في نقطة $هـ$ ثابتة مدة الدوران ومنتسبة بالضرورة الى الاثر

الرأسي R أيضا ثم نغير R إلى المستوى الأفقي بان نأخذ X ض خطا أرضيا
فيتعين الأثر الأفقي T بواسطة الرأس R ثم نغير أيضا المستوى الرأس R بان
نأخذ X ض خطا أرضيا فنجد الأثر الرأس R بواسطة أفقي S

إذا علم شكل مستوي الفراغ كان من المهم معرفة هيئته الحقيقية فيلزم ذلك جعل
المستوى المحتوي على ذلك الشكل في وضع مواز لأحد مستويي المسقط انظر
(أولاً من بند ٥٦) ويتوصل إلى ذلك بعمليتين مختلفتين هما

* (أولاً) * ان يؤخذ مستوي جديد للمسقط مواز لمستوى الشكل المذكور
او يعتبر اختصاراً هذا المستوى عينه مستوياً جديداً للمسقط لكن إذا لم
يكن هذا المستوى عموداً على أحد المستويين الأصليين يجب البدء بجعله في
هذا الوضع الخاص

* (وثانياً) * ان يدور مستوى الشكل المذكور حول محور ويتخبط محورا
في العادة أحداً ثريه وتسمى العملية حينئذ عملية الانطباق وحيث ان هذه الحركة
حاصلة حول محور مواز لأحد مستويي المسقط احتيج في ذلك إلى عمليتين
انظر (بند ٧٣) فيتحصل من ذلك انه إذا اريد إيجاد هيئة الشكل الحقيقية
لاي شكل كائن في مستوياً وجب إجراء عمليتين الغرض من أولاهما جعل
مستوى الشكل كل عموداً على أحد مستويي المسقط ومن الثانية جعله
منطباقاً على المستوى الآخر للمسقط او جعله أقل ما هنالك موازياً له وكتاهاتين
العمليتين يمكن إجراؤها إما بتغيير مستوي أو بحركة دوران ومن ذلك يتحصل أربع
طرق لحل هذه المسئلة هي

- (أولاً) ان تفعل بتغيير المستويين
- (وثانياً) بتغيير المستوى ثم حركة دوران
- (وثالثاً) بحركة دوران ثم بتغيير المستوى
- (ورابعاً) بحركتي دوران

ومن المعلوم ان هذه الطرق قد انجحت حلا كافيا فيما سلف ولنشرع الان في بيان
تطبيقها على حل المسائل الاربعة الاتية التي توصلنا الى مسئلة العكس وهي
ان يكون المعلوم وضع نقطة على المستوى المنطبق او الاعتبار مستويا للمسقط
والمطلوب معرفة مسقطها على مستويين معلومين عموديين على بعضهما

* (٧٧) *

* (المسئلة السادسة والعشرون) * اذا اريد رسم مثلث متساوي الاضلاع
على مستقيم معلوم يقال

ليفرض كافي (الشكل ٦٩) ان المستوى المراد اجراء العملية المطلوبة عليه
م ومن المعلوم ان المستقيم ا - لا يكون معلوما الا بمسقطه الافقي
ا - وبشرط وجوده في المستوى م حيث يتعين به مسقطه الرأسى

ا ب انظر (بند ٢٨) والاحسن ان يقال من حيث ان المستقيم
محدود بالنقطتين ا و - يبحث عن مسقطى هاتين النقطتين الرأسين
كافي (بند ٢٩) بان يستعمل لذلك اقيان من المستوى م اذا تقرر
ذلك فلا يمكن اجراء العملية المطلوبة الا بعد جعل المستوى م منطبقا على
احد مستويي المسقط وتستعمل في ذلك الطريقة الاولى انظر (بند ٧٦)

اعنى تغييرى المستويين وذلك بان يجعل المستوى م اقبيا للمسقط فيلزم
ان ينتخب اول مستور رأسى جديد عمودا على المستوى م فيكون خط الارض

خ ض بالضرورة عمودا على ق انظر (رابعامن بند ٣٣) ولاجل
ايجاد ر يستعمل اقيان قدرهما لايجاد ا و - ثم يجعل المستوى

م مستويا اقبيا للمسقط فيصير تقاطعه بالمستوى الرأسى اى ر خط
الارض الجديد خ ض ويكون المسقطان الاقيان للنقطتين ا و -
هما عنهما وايجاهما يكون بالطرق المعلومه في (بند ٤٥)

وبعد ايجاد المستقيم ا - يرسم المثلث المتساوى الاضلاع المطلوب لمعرفة

مسقطي هذا المثلث على مستويي المسقط الاصلين ينبغي ان يتنبه الى انه لم يبق
علينا بعد معرفة مساقط رأسي المثلث $ا و ب$ - الامعرفة مسقطي الرأس
ج ويتوصل اليهما بتغيير المستويين على عكس ما سبق اعني ان ينتقل
من المستويين المتقاطعين في $خ ض$ الى المتقاطعين في $خ ض$ بتغيير
المستوى الافقي للمسقط ثم ينتقل من هذا الى الاصلين المتقاطعين في $خ ض$
بتغيير مستوى المسقط الرأسي

فلو اعتبرنا المستوى م مستويا رأسيًا لكان الاليق تعيين $ا و ب$
برأسين من المستوى م يتعان فيما بعد لايجاد الاثر $ق$ على مستوى
المسقط الجديد الافقي العمود على المستوى م الذي كان يلزم اعتباره قبل
اعتبار المستوى م مستويا رأسيًا للمسقط

* (٧٨) *

* (المسئلة السابعة والعشرون) * اذا اردنا ان نرسم على قاعدة معلومة الطول

$ا ب$ مناظرة للضلع $ا ب$ مثلث $ا ب ج$ مكافئ لمثلث معلوم

$ا ب ج$ ورأسه في $ج$ على مستقيم معلوم الوضع يفرض

ان المستوى $ك$ كما في (الشكل ٧٠) المراد اجراء جميع العمليات عليه

م ومن حيث ان كلامنا المستقيمين $ا ب و ب$ الكائنين على المستوى

م لا يعلم الا بمسقط واحد يستنتج المسقط الاخر بمقتضى (بند ٢٨)

وحيث انه لا يمكن اجراء عمليات المسئلة الابدع جعل المستوى م منطبقا

على احد مستويي المسقط يفرض ان المطلوب انطباقه على المستوى الافقي

وتستعمل في ذلك الطريقة الثانية المقررة في (بند ٧٦) وهي تغيير مستوي

ثم حركة دوران

ويلزم لاجل انطباق المستوى م على المستوى الافقي تدويره حول $ق$

معتبر المحور لكن من حيث ان هذا المحور افقي يجب ان يجعل اولا عمودا على

المستوى الرأسى انظر (بند ٧٢) بان يغير المستوى الرأسى للمسقط فيؤخذ
 خَصَّ عمودا على ق ك ويبحث عن ر الذى لابد وان يحتوى على
 أ و س و و معا كفى (ثانيا من بند ٥٦) وبعد انطباق المستوى
 م على المستوى الافقى ينبه على ان النقطة ا مثلا ترسم قوس دائرة ج
 موازية لمستوى المسقط الرأسى القاطع لمستوى المسقط الافقى في خَصَّ ومن
 حيث ان هذه النقطة لابد وان تصير على المستوى الافقى يكون مسقطها الرأسى
 حيثئذ على خط الارض في أ فتكون النقطة نفسها بالضرورة في أ
 وتحصل ايضا النقطة الاخرى س والمستقيم و ثم يرسم المثلث المطلوب
 أ س ج على المستوى م المنطبق ثم لاجل معرفة مسقطى
 هذا المثلث على مستويي المسقط الاصلين تنبه على انه حيث ان الرأسين
 ا و س معلومان وان الرأس الثالث موجود على المستقيم و لم يبق
 علينا الا ان نزل من الرأس ج عمودا على ق ك فيقطع ذلك العمود المسقط
 ق في النقطة ج ومنه ينتج ج و بإيصال مسقطى هذه النقطة ج
 بمسقط النقطتين ا و س يتحصل مسقطا المثلث المطلوب ا س ج
 ولواريد انطباق المستوى م على المستوى الرأسى لكان يلزم اولا تغيير المستوى
 الافقى بجعل خط الارض الجديد عمودا على ر ك ثم تدوير المستوى م
 حول هذا الاثر الرأسى وكانت العمليات مشابهة للمذكورة آنفا

* (المسئلة الثامنة والعشرون) * اذا اريد ان يرسم داخل محيط دائرة معلوم
 مخمس منتظم احدى رؤوسه منطبقة على نقطة معلومة يقال
 ان محيط الدائرة كفى (الشكل ٧١) يتعين بمركزه ونقطة من المحيط
 اذا علم المستوى المحتوى عليه فاذا فرض ان المستوى المذكور هو م

وان المسططين الاقيين $و$ و $ا$ للمركز $و$ والنقطة $ا$ معلومان
يستنتج المسقطان الرأسيان انظر (بند ٢٩) بان يستعمل لذلك رأسيان
 $و$ و $ا$ للمستوى $م$ ثم انه لا يمكن اجراء العمليات المطلوبة الا بعد انطباق
المستوى $م$ على احد مستويي المسقط ولاجل جعله في هذا الوضع تستعمل
الطريقة الثالثة المقررة في (بند ٧٦) اعني حركة دوران ثم تغيير مستو
فاذا اريد جعل المستوى $م$ مستويا جديدا رأسيا للمسقط لازم جعله اولا عمودا
على المستوى الافقي بتدويره حول محور عمود على المستوى الرأسى انظر
(بند ٦٤) لى ان يصير $ر$ في وضع $ر$ عمود على $خ$ ض وحيث ان المحور
اختيارى يلزم ان يجعل مارا $ك$ كما هو الاخصر بنقطة تقاطع الاثرين وهذا
الاختيار يتعلق ضرورة بترتيب الشكل الخاص ثم لاجل ايجاد مساقط
النقطتين $و$ و $ا$ بعد الدوران يمكن استعمال رأسيين قد رسمنا ولكن
يمكن ايضا تبديل هذين الرأسيين بخطين اعظم ميلا للمستوى $م$ بان
تصور مثلا في المستوى $م$ من النقطة $و$ خطا $ط$ اعظم ميلا بالنسبة
للمستوى الرأسى فيكون مسقطه الرأسى عمودا نازلا من $و$ على $ر$
انظر (بند ٣٧) وقاطعا $ر$ في النقطة $ع$ وهى الاثر الرأسى لهذا
المستقيم الاعظم ميلا فتصير النقطة $ع$ في النقطة $ع$ والمستقيم $ط$ يبقى
عمودا على $ر$ وعلى طوله الاصلى كفى (ثالثا من بند ٥٦) فيثبت
اذا اخذنا $ع$ و $ع$ و $ع$ و $ع$ عمودا على $ر$ تكون النقطة $و$ مسقط
النقطة $و$ الرأسى في وضعها الجديد ويبقى مسقطها الافقى على بعد واحد من
 $خ$ ض فيكون حيث نذنى $و$ على المسقط الافقى للرأسى $و$ من المستوى
 $م$ الذى سبق استعماله لايجاد $و$ ويمكن بهذه الكيفية ايجاد المسططين

أ و أ ونبه على ان النقط الثلاث ن و و أ لابد وان توجد على
ن المعينة فيما سلف بالمسقط الرأسى ن والمسقط الافقى و ومن هنا
يستخرج و فيكون أ على قوس دائرة مرسوم من المركز ن بنصف
قطر ن أ

ولنجعل الآن المستوى م مستويا رأسيا للمسقط فيصير اثره الافقى ق خط
الارض الجديد خ ض فيحدث المسقطان الرأسيان للنقطتين أ و و
كافى (بند ٤٤) اللذان ليسا في الواقع الا النقطتين تقسهما وباجراء العملية
المعلومة وهى قسمة نصف القطر و أ فى النقطة ع الى جرتين اكبرهما
وسط متناسب بين الخط بتمامه وجزئه الاصغر فيكون أ ع ضلع العشر
فاذا زيد على هذا الضلع مثله بان جعل من أ الى ع يكون أ ع
ضلع الخمس المطلوب وبعد رسم الخمس أ ع ج د ه يؤول الامر الى البحث
عن ايجاد مسقطيه على مستوي المسقط الاصيلين بعمليات عكس العمليات
المتقدمة بان تنتقل من مستوي المسقط المتقاطعين فى خ ض الى المتقاطعين فى
خ ض ويكون ذلك بتغيير المستوى الرأسى ثم ندور المستوى م حول المحور
أ فى جهة مخالفة لجهة الدوران المبين بسهم القوس بقدر زاوية مساوية
للزاوية فى التى دارها المستوى فى العملية الاولى

فحيث ان النقطة ع مثلاً تنسقط انسقاطاً اقرباً فى ع على خ ض
يكون حينئذ مسقطها الرأسى ع باخذ ع = ع على عمودنازل
من ع على خ ض واذا جعل بعد ذلك المستوى م فى وضعه الاصلى
م تحركت النقطة ع تحركاً موازياً للمستوى الرأسى للمسقط وصارت
على الرأسى ب للمستوى م الذى يمر مسقطه الافقى ب بالنقطة ع
بالضرورة وحينئذ يعلم ايضا ب اذا قرر ذلك وجب ان يكون المسقط الرأسى

ـ على كل من ب^١ ومن قوس الدائرة المرسوم من المركز ن^١ بنصف قطر ن^١ ـ فيعلم المسقط حيثئذ وبه يعرف ـ الواجب ان يكون على المسقط الافقي ب^١ وبهذه الكيفية توجد مساقط رؤس الخمس الباقية وتوصل هذه الرؤس ببعضها واحدة بعد الاخرى بمستقييات يتحصل معنا مسقطا الخمس نفسه

فاذا اريد جعل مستوى الشكل مستويا اقبيا للمسقط لزم اولاجعله في وضع م^١ عمود على المستوى الرأسى بحركة دوران حول محور رأسى ثم جعل هذا المستوى م^١ مستويا اقبيا للمسقط وبهذا يصير ر^١ خطا ارضيا جديدا

* (٨٠) *

* (المسئلة التاسعة والعشرون) * اذا اريد ايجاد المركز ونصف قطر الدائرة المرسومة خارج مثلث معلوم يقال

يرسم كما في (الشكل ٧٢) اول اثرا المستوى م^١ الكائن عليه المثلث المعلوم اـ ج كما في (بند ٣٢) ثم يطبق المستوى م^١ على المستوى الافقي للمسقط لا مكان اجراء العمليات اللازمة لحل المسئلة بان تستعمل مثلا الطريقة الرابعة المقررة في (بند ٧٦) اعنى حركتى دوران بان يجعل اول المستوى م^١ عمودا على المستوى الرأسى بحركة دوران اولى حول محور رأسى ا^١ فيرسم الاثر ن^١ زاوية في^١ فيجب حيثئذ ان ترسم النقط ا^١ وـ وـ ج عين الزاوية التى رسمها الاثر وذلك ترسم من النقطة ا^١ معتبرة من كزا بانصاف اقطار ا^١ ا^١ وـ وـ ج اقواس دوائر عليها تؤخذ بالابتداء من النقط ا^١ وـ وـ ج مقادير مساوية للمقادير المحصورة فى الزاوية في^١ فتحصل حيثئذ المساقط الافقية ا^١ وـ وـ ج واما المساقط الرأسية فتبقى على

ما كانت عليه من الارتفاع عن خط الارض خ ض وتوجد كلها على ر^م وهذا
 برهان على صحة العمليات ثم يدور المستوى م^م حول المحور ق^ق لينطبق
 على المستوى الافقي للمسقط وتصبح المساقط الرأسية على خ ض في النقط
 أ^أ و^و و^ج واما النقط قسمها أ^أ و^ت و^ج فتكون على
 مستقيمت موازية لخط الارض خ ض ومارة من المساقط الافقية أ^أ و^و
 و^ج كل مستقيم من مسقط اذا تم ذلك نرسم المركز و^و والنصف قطر
 و^أ للدائرة المرسومة خارج المثلث أ^أ و^ج ولتحصيل مساقطها يدور
 المستوى دورتين مساويتين للدورتين اللتين اجريتا قبل ذلك لكن الى جهة
 عكس جهتهما فبذلك تصبح اولا النقطة و^و في النقطة و^و بدورانها حول
 ق^ق ثم في و^و بدورانها حول المحور أ^أ فيتحصل معنا المسقطان و^و و^أ
 و^أ لنصف قطر الدائرة المذكورة
 واذا اريد انطباق المستوى م^م على المستوى الرأسي بتدويره حول اثره الرأسي
 للزم اولا جعل هذا الاثر عمودا على المستوى الافقي بجركة دوران اولى حول محور
 عمود على المستوى الرأسي

(الباب الثالث)

مسائل في النقطة والمستقيم والمستوى

في المستقيمت والمستويات الاعمدة على بعضها

مسقطا المستقيم العمود على مستوي يكونان عمودين على اثرى المستوى كل مسقط
 على نظيره لانه اذا اخذ المستوى المسقط اقبيا للمستقيم مستويا رأسيا للمسقط

انطبق خط الارض على ω وصار الاثر $ق$ عمودا عليه ω كما في
 (رابعا من بند ٣٣) وصار ايضا ω و $ر$ عمودين على بعضهما
 ويمكن ايضا اثبات هذه الدعوى النظرية بسهولة بواسطة حركة دوران لانه بتدوير
 جملة الشكل حول محور رأسي الى ان يصير المستوى $م$ عمودا على المستوى
 الرأسي يكون حينئذ المستقيم ω موازيا لهذا المستوى فعلى ذلك يكون
 ω موازيا لخط الارض $خ$ $ض$ والاثر $ق$ عمودا عليه فينتد يكون
 ω و $ق$ عمودين على بعضهما وبتدوير جملة الشكل حول محور عمود
 على المستوى الرأسي للمسقط الى ان يصير المستوى $م$ عمودا على المستوى
 الافقي للمسقط يثبت ان ω و $ر$ عمودان على بعضهما وباجملة فهذا الاثبات
 يرجع للاول انظر (بند ٦٨) ويسهل رسم الشكل المتعلق بذلك كما يسهل
 رسم الاول

(المسئلة الاولى) اذا كان المطلوب امر ارمستقيم عمود على مستوي معلوم
 من نقطة معلومة $ع$ يقال

انه يكفي انزال عمودين من مسقطي النقطة المعلومة $ع$ على اثري المستوى
 المعلوم لكن اذا لم يكن المستوى معلوما باثريه وكان هذان الاثران خلف حدود
 الرسم وجب اجراء العملية هكذا

بان يفرض ان المستوى المعلوم كما في (الشكل ٧٣) هو (ا ب)
 فير خط ما افقي $ج$ في هذا المستوى فيكون مسقطه الرأسي $ج$ موازيا
 لخط الارض $خ$ $ض$ وقاطعا $ا$ و $ب$ في النقطتين $ا$ و $ب$ وهما
 المسقطان الرأسيان للنقطتين $ا$ و $ب$ فيتحصل منهما بدون واسطة المسقطان
 الاقيان ثم يتحصل ايضا $ج$ لكن $ج$ مواز للاثر الافقي للمستوى فاذا

انزلنا من المسقط ع عمودا على ج يكون ن المسقط الافقي للعمود
المطلوب واذا امرنا ايضا رأسيا ط على المستوى (ا ب) حدث
ن ثم اذا لم يكن لكل من الخطين الافقي والرأسي من المستوى مسقطان
في حدود الرسم يجب تغيير مستوي المسقط بان يجعل اولا مثلاً المستوى
الجديد الافقي المستوى المسقط رأسيا لاجل المستقيمين ا ثم ينتخب مستو جديد
رأسيا مارا بالمستقيم ب بحيث يكون المستقيمان ا و ب اثرين
للمستوى المعلوم على مستوي المسقط الجديد فينزل على هذين الاثرين
حيث ان عمودين من المسقطين الجديدين للنقطة المعلومه ثم ينتقل من مسقطي
هذا الرأس على المستويين الجديدين الى مسقطيه على المستويين
الاصليين

* (المسئلة الثانية) * اذا كان المطلوب امرار مستو وعمود على مستقيم معلوم
و من نقطة معلومة م يقال

من النقطة م كافي (الشكل ٧٤) يمر الافقي ط للمستوى المطلوب
م فيكون مسقطه الافقي بالضرورة موازيا للاثر الافقي للمستوى فينتد

يكون ذلك المسقط عمودا على و ويكون الاثر الرأسى ا للافقي ط
نقطة من الاثر الرأسى للمستوى م ولا بد ان يكون الاثر الرأسى لهذا المستوى
عمودا على و فاذا انزلنا من النقطة ع التى هي تقابل ذلك الاثر مع
خ ض عمودا على و كان ذلك العمود هو الاثر المطلوب ن

فان لم يتقابل الاثر ر بخط الارض خ ض في حدود الرسم عيئت
بلا واسطة نقطة من ق بان يمر من النقطة م الرأسى ج للمستوى
م وقد يكون اثرا هذين المستقيمين ط و ج خارجين عن
حدود الرسم ففي هذه الحالة يلزم اولا ان يتنبه الى انهما يكفيان في تعيين المستوى

* (٦٣) *

المطلوب بدون حاجة لايجاد اثر يهما لكن اذا اريد تحصيل جزئى ترى المستوى
الكائنين فى حدود الرسم امكن بواسطة الافقى ط والرأسى ج المارين
من النقطة م تعيين بجهة مستقيمت اخرى متناهية ككائنة كلها
فى المستوى المطلوب بالتوصيل بين اى نقطتين من هذين المستقيمين احدهما
يمكن ان تكون على بعد غير متناه

* (٨٤) *

* (المسئلة الثالثة) * اذا كان المطلوب امرار مستو عمود على مستو معلوم
من مستقيم معلوم يقال

ليفرض ان المستقيم المعلوم و والمستوى المعلوم م فاذا انزلنا من نقطة ما
من نقط و عمودا ن على المستوى م لا يخرج عن المستوى المطلوب
فيكون هذا المستوى معيناً بالمستقيمين و ن انظر (بند ٣١)
فاذا كان المستقيم و نفسه عموداً على المستوى م لا يكون معنا المستقيم
واحد ومن المعلوم ان كل مستو مار من مستقيم عمود على مستو آخر يكون عموداً
على هذا المستوى فاذا اخذ بدل المستقيم و نقطة لم يتغير العمل

* (٨٥) *

* (المسئلة الرابعة) * اذا كان المطلوب امرار مستقيم عمود على مستقيم معلوم
من نقطة معلومة يقال

اذا كانت النقطة المعلومة خارجة عن المستقيم المعلوم لا يمكن ان ينزل من مثل
هذه النقطة الا عمود واحد على المستقيم ويمكن حل المسئلة بعدة طرق هي ان يقال
(اولاً) من حيث ان المستقيم المعلوم و والنقطة للمعلومة م كافي (الشكل ٧٥)
يعينان مستويا (و م) انظر (بند ٢٧) يمكن جعل ذلك المستوى احد
مستويي المسقط او انطباقه على احد مستويي المسقط المتقاطعين فى خض
باستعمال احدى الطرق الاربعة المقررة فى (بند ٧٦) ولنتخبط الثانية منها
بفرض تطبيق المستوى (و م) على المستوى الافقى للمسقط ويلزم
لذلك اولاً ان يؤخذ مستو جديد رأسي للمسقط عمود على المستوى (و م) بحيث

يكون χ عمودا على الاثر الاثافي لهذا المستوى بالضرورة ولا يلزم
مع ذلك ايجاد هذا الاثر بل يكفي امر اثافي τ للمستوى (ω)
من النقطة m فيلزم حينئذ ان يمر τ من m ويكون موازيا للخط χ
ويقابل ω في النقطة τ ومنها يستتج τ الذي يلزم ان يكون كائنا
على ω فاذا اوصلنا τ بالمسقط m حدث المسقط τ الذي يجب ان يكون
 χ عمودا عليه ولاجل الاختصار ينتخب المستوى الراسي الجديد للمسقط
مارا من النقطة m ومن حيث ان هذه النقطة والمستقيم ω يوجدان
على مستوي عمود على المستوى الجديد الراسي للمسقط يوجد مسقطاهما
الرأسيان m و ω على مستقيم واحد ويجب ان يكون ايضا الاثر الراسي τ
للمستوى m او (ω) واما τ فيجب ان يكون عمودا على χ
ويمكن ان يكون كائنا دائما في حدود الرسم بوضع خط الارض الجديد وضع الاتفا
فاذا قررنا بعد ذلك هذا المستوى حول τ انطبق المستقيم ω والنقطة m
على ω و m اي كل على نظيره فاذا انزل من النقطة m العمود n على
المستقيم ω قابل ذلك العمود ω في النقطة ϵ وبارجاع هذه النقطة
الى الوضع الاصلى للمستقيم ω يحصل المسقطان ϵ و ϵ فاذا اوصلنا
مساقط النقطتين m و ϵ بخطين مستقيمين كانا مسقطي العمود المطلوب وكان
يصح اعتبار τ خطا ارضيا جديدا واستعمال الطريقة الاولى المذكورة
في (بند ٧٦) ويمكن ايضا استعمال احدى الطريقتين الاخرتين لذلك
تنبيه * الطريقة التي ~~سلكناها~~ هنا سهل الطرق المذكورة في كتب هذا الفن
لان الانسان قد يكون مجبورا في هذه الطريقة الاخيرة على امرار مستقيم
من النقطة m قاطع للمستقيم ω او مواز له كما يكون مجبورا ايضا على ايجاد
اثرى المستوى المعين بهذين المستقيمين قبل اجراء الانطباق
*(وثانيا) * من حيث ان المستقيم المطلوب n يقطع المستقيم ω في النقطة

ع التي منها يمكن امرار مستقيم آخر $\bar{ن}$ عمود على المستقيم و المذكور
فيكون المستوى ($\bar{ن}$) عمود على و ويقطعه في النقطة ع فهذا يتوصل
الى امرار مستو عمود على مستقيم و من النقطة م كافي (بند ٨٣) والى
البحث عن نقطة تقابل هذا المستوى بالمستقيم و فاذا اوصلنا نقطة التقابل
ع بالنقطة المعلومة م نحصل معنا المستقيم المطلوب لكن هذه الطريقة
المذكورة دائماً في الكتب متفردة تستدعي حل مسألة تتعلق بعدة مسائل سيأتي
حلها واما المسألة التي نحن بصدد حلها فهي محل حلها والحل الاول حيث نذهب
المناسب لها حقيقة ومزيتها ان يستنتج منه تطبيق جديد للاصول وهذا برهان
آخر على عمومية تلك الاصول

* (المسألة الخامسة) * اذا كان معلوماً مسقط افقي لمستقيم عمود على مستقيم
معلوم في نقطة معلومة والمطلوب ايجاد مسقطه الرأسى يقال
اذا كانت النقطة المعلومة كافي (الشكل ٧٦) على المستقيم المعلوم
امكن في مسئلتنا هذه امرار عدة اعمدة على هذا المستقيم غير محصورة
لكن يختار منها معرفة ما كان معلوم المسقط الافقي ولنفرض
حيث ان و هو المستقيم المعلوم و $\bar{ن}$ المسقط الافقي المعلوم للنقط
العمودى على المستقيم و المأخوذ من النقطة م ومن حيث ان
المستقيم $\bar{ن}$ كائناً في المستوى م العمود على المستقيم و في النقطة
م يتوصل بعد ايجاد اثرى هذا المستوى كما هو مبين في (بند ٨٣) الى
البحث عن المسقط الرأسى لمستقيم $\bar{ن}$ كائن في مستو ومعلوم المسقط الافقي
كافي (بند ٢٨)

* (في تقاطع المستقيمت والمستويات) *

كل سطح يتولد على العموم من خط فراغى متحرك بطريقة معلومة والسطح

عوماً وجهان خارجي وداخلي ولا امتياز لهما عن الآخر في هذا العلم لكن
ينبغي تمييزاً أحدهما عن الآخر فيما يتعلق بالصنایع

* (٨٨) *

كل سطحين مثل S و S' يتقاطعان في خط لا يمكن إيجاده دائماً
بمجرد تولدهما بل لابد مع ذلك من تعيينه نقطة فنقطة ولهذا تؤخذ نقطة
سطوح متوالية مساعدة يقطع كل منها السطح المذكور S في خط كخط J
والسطح S' في خط كخط J' فيتقاطع الخطان الكائنان على سطح واحد
مساعدة H في نقطة M من التقاطع المطلوب للسطحين المذكورين
 S و S' وينبغي ان يختار في كل حالة السطح المساعد H
المذكور لطبيعته ووضع بحيث تحصل مساقط تقاطعيه مع السطحين المعلومين
بطريقة اسهل من الطريقة التي تحصل بها مسقطا تقاطع هذين السطحين
نفسهما فاذا كان السطحان S و S' مستويين فمن المعلوم ان السطوح
المساعدة كالسطح H تكون بالضرورة مستوية ايضاً واختيار هذه
المستويات المساعدة يكون اولاً بكيفية ان آثارها تقطع آثار المستويين
المعلومين في حدود الرسم وثانياً ان تقاطعي المستوي المساعد مع المستويين
المعلومين يتقاطعان في حدود الرسم

* (٨٩) *

* (المسألة السادسة) * اذا كان المطلوب إيجاد تقاطع مستويين آثارهما
متقاطعة في حدود الرسم يقال

من المعلوم ان النقطتين A و B اللتين هما نقطتا تقاطع آثار المستويين
المعلومين كافي (الشكل ٧٧) نقطتان من تقاطع المستويين المذكورين وهما
ايضاً اثران انظر (بند ٢٨) وبهذا يسهل إيجاد مسقطي هذا المستقيم انظر
(بند ١٤)

* (٩٠) *

* (المسئلة السابعة) * اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع γ للمستويين α و β اللذين اثراهما الاقبيان متوازيان يقال

من المعلوم ان النقطة γ التي هي نقطة تقاطع الاثرين الرئيسين للمستويين α و β كما في (الشكل ٧٨) اثر رأسي لتقاطع المستويين فير حيث γ بالمسقط γ' ويقابل بالضرورة الاثرين α' و β'

في نقطة تقاطعهما اللانهائي ومن ثم يكون γ' موازيا لهما ويمر كذلك المسقط

γ' ضرورة بالنقطة γ' ويقطع γ' في نقطة لانهاية فيها النقطة

α' ومن هنا يكون موازيا له كما ان γ' لما كان موازيا للآخر α' يكون المستقيم γ' اقبيا للمستوى α المشتمل عليه فيثبت γ' يكون

المسقط γ' موازيا بالضرورة للخط γ' ثم لا بد وان يكون خط التقاطع γ اقبيا بالاولى لانه لو لم يكن كذلك لقطع المستوى الافقي في نقطة α

مشتركة بين α و β فلا يكونان متوازيين وهذا خلف ويكون ايضا خط تقاطع المستويين المتوازيين الاثرين الرئيسين موازيا للمستوى الرأسي

* (٩١) *

* (المسئلة الثامنة) * اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين α و β اتحد اثرا كل منهما وصارا مستقيما واحدا يقال

حيث ان الاثرين α' و β' لهذا التقاطع كما في (الشكل ٧٩) متحدان

في نقطة واحدة يكون التقاطع γ بالضرورة في مستوعود على γ' وحيث γ' يكون مسقطاه عمودين على γ' ويكون معلوما منه ايضا

نقطتان هما α' و β' * تنبيه يتحصل من المستقيم γ' ومستويي المسقط زوايا متساوية لان هذا المستقيم يحدث مع مسقطيه مثلثا متساوي الساقين

* (٩٢) *

* (المسئلة التاسعة) * اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع γ للمستويين m و k المتقاطعين اترهما الاقبيان خلف حدود الرسم يقال ان المستويين المتوازيين مقطوعان بثالث في مستقيمين متوازيين فلورسم كما في (الشكل ٨٠) مستوي s مواز للمستوى k لكان تقاطعه τ مع المستوى m موازيا للتقاطع γ للمستويين m و k لان النقطة τ من هذا التقاطع معلومة فيلزم حيث نأخذ خط مواز للمسقط τ من النقطة τ واخر مواز للمسقط τ من النقطة τ انظر (بند ٢٤)

(٩٣)

* (المسئلة العاشرة) * اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع γ للمستويين m و k اللذين آثارهما الاربعة متقابلة في نقطة واحدة a من خط الارض يقال انه يجب كما في (الشكل ٨١) اختيار المستوى المساعد s بحيث تقاطع τ مع τ و τ وكذلك τ مع τ في زوايا قائمة تقريبا فالمستوى s المذكور يقطع المستويين m و k في مستقيمين a و b يتلاقيان في النقطة m من التقاطع المطلوب ومع ذلك فهذا التقاطع يمر من النقطة a بالضرورة فيتعين حيث نعين انا ما بكل من هاتين النقطتين

(٩٤)

تنبيه يمكن حل هذه المسئلة بالمستوى المساعد ايا ما كان وضعه باعتبار هندسي في غالب اوضاع المستوى ولا يمكن حلها باعتبار رسمي لانه حيث كانت خطوط الشكل غير رياضية ينبغي رسمها بشرط ان يكون تقاطعها صحيحا مضبوطا لاشك فيه والا حسن في تمام هذا الشرط ان تصنع الخطوط المتقاطعة زاوية قريبة من الزاوية القائمة

(٩٥)

* (المسئلة الحادية عشر) * اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع γ للمستويين

م و ك الموازين تلط الارض يقال
 اذا اخذ المستوى المساعد عمودا على خط الارض خض كافي (الشكل ٨٢)
 يصير بالضرورة مستويا جديدا راسيا عليه الاثران $\text{ر}^{\text{م}}$ و $\text{ر}^{\text{ك}}$ وحيث ان
 المستويين المذكورين م و ك عمودان على هذا المستوى الجديد
 الرأسى يكون تقاطعهما عمودا عليه ايضا فينسلط حيثئذ هذا التقاطع
 في ي ويكون مسقطه الافقى ي عمودا على خض او موازيا
 خض ومع ذلك فالمستقيم ي يكون موازيا خض وكا تنافوق المستوى
 الافقى بارتفاع $\text{ج}^{\text{ي}}$ فلو اخذ حيثئذ $\text{وج} = \text{ج}^{\text{ي}}$ لحدث
 نقطة من المسقط الثانى ي الموازى بالضرورة ايضا للخط خض
 وكان يمكن ايضا ان يعتبر المستوى المساعد مستويا جديدا اتقيا
 للمسقط ويبحث عن الاثرين $\text{ن}^{\text{م}}$ و $\text{ن}^{\text{ك}}$

* (المسئلة الثانية عشر) * اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع ي للمستويين
 م و ك اللذين لم يتقاطعا اثارهما داخل حدود الرسم يقال
 لحل هذه المسئلة عدة طرق هي
 * (اولا) * ان يرسم كافي (الشكل ٨٣) المستوى $\text{ك}^{\text{م}}$ موازيا للمستوى
 ك ويرسم تقاطعه ي مع المستوى م ويفرض ان $\text{ر}^{\text{م}}$ و $\text{ر}^{\text{ك}}$
 ممتدان الى ان يتقاطعا فى النقطة ر ويتوهم رأسى ر فالملئنان
 $\text{م} - \text{ل}$ و $\text{م} - \text{ل}$ متشابهان وكذلك $\text{م} - \text{ر}$ و $\text{م} - \text{ر}$ وكذلك
 $\text{م} - \text{ا}$ و $\text{م} - \text{ا}$ ومن ذلك يحدث هذه التناسبات

$\text{م}^- : \text{م}^- :: \text{م}^+ : \text{م}^+$ و $\text{م}^- : \text{م}^- :: \text{م}^+ : \text{م}^+$ و
 $\text{م}^- : \text{م}^- :: \text{م}^+ : \text{م}^+$

وبحذف م⁻ و م⁻ من هذه التناسبات تكون هكذا

$\text{م}^+ : \text{م}^+ :: \text{م}^- : \text{م}^-$ و $\text{م}^+ : \text{م}^+ :: \text{م}^- : \text{م}^-$

وبواسطة الحدين الرابعين من هاتين التناسبتين تحدث النقطة ب^+ من المسقط ب^+ وكذلك النقطة ا^+ من ب^+ وحيث ان التقاطع ب^+ مواز للتقاطع ب^+ يكون معلوما بالضرورة ويمكن ابدال الحدين الرابعين من هاتين التناسبتين بالمستويين الجديدين المساعدين كما شاهد ذلك في الطرق الآتية

* (وثانيا) ان يؤخذ مستويا مساعدا مثل س يقطع المستوى م في خط مستقيم ا والمستوى ك في مستقيم ب كما في (الشكل ٨٤) فحيث ان هذين المستقيمين في المستوى س يلزم ان يتقاطعا في النقطة م من التقاطع ب^+ للمستويين م و ك وبأخذ مستويا آخر مساعدا مثل ص قاطعا للمستوى م في خط مستقيم ج والمستوى ك في مستقيم و توجد نقطة اخرى د من هذا التقاطع فيتعين بهاتين اثباتا اما لكن يسهل معرفة ان استعمال المستويات المساعدة اياها كانت لا يفيد دائما تقاطعا من التقاطع ب^+ للمستويين م و ك

* (وثالثا) ان يؤخذ ك كما في (الشكل ٨٥) المستوى المساعد س موازيا للمستوى الافقي وقاطعا للمستويين م و ك في اقصيين ا و ب من هذين المستويين فيتقابل هذان الاقصيان في النقطة م من التقاطع المطلوب فلو اخذنا مستويا آخر مساعدا مثل ص موازيا للمستوى

الرأسي لقطع المستويين المذكورين م و ك في رأسين و هـ
من هذين المستويين وهذان الرأسيان يتقابلان أيضا في النقطة د من
التقاطع المذكورين وتوصل النقطتين م و د يحدث التقاطع ي
المطلوب للمستويين المعلومين م و ك

* تنبيه * إذا اخذ المستويان المساعدان س و ص ابعد ما يكون من خط
الارض فالتقاطعات المساعدة تتقاطع في نقطة قريبة من خط الارض فينتج من
ذلك انه لو كان النقطتان م و د الكائنتان في الشكل المتكلم عليه هنا
خارج حدود الرسم لزم ساول طريقة اخرى يأتي الكلام عليها في (بند ٩٧)
* (ورابعا) * ان ينتخب المستوى المساعد س موازيا لخط الارض كما
هو ممكن ايضا وقاطعا للمستويين م و ك في مستقيمين ا و ا'

يتقاطع مسقطاهما الاقيان في النقطة ا من ي ك كما في
(الشكل ٨٦) ولما كان مسقطاهما الرأسيان لا يتقاطعان الا خارج
حدود الرسم لم يرسموا اذا اخذ مستوي آخر مساعد مثل س' فينتج عنه
تقاطعان جديدان ب و ب' يحدث منهما نقطة اخرى ر من ي
فيبتعين حيثئذ واذا انتخب ايضا مستويان جديدان مثل ص و ص'
اثراهما الاقيان بعيدان كل البعد من خط الارض خ ز وكل منهما يقطع
المستويين م و ك بان يقطعهما الاول الذي هو ص في المستقيمين
و و والاخر في المستقيمين هـ و هـ التي تقاطع مساقطها الرأسية
داخل حدود الرسم حدث من ذلك نقطتان د و هـ من المسقط الرأسي

ي فيبتعين بهما ومن هنا يحدث التقاطع ي للمستويين م و ك

(٩٧)

* (المسئلة الثالثة عشر) * اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين اثارهما
تصنع مع خط الارض زوايا قريبة من القائمة يقال

ليكن كما في (الشكل ٨٧) هذان المستويان م و ك ويسهل في هذه الحالة معرفة ان استعمال المستويات المساعدة المتقدمة لا يؤدي الى حل المسئلة لان المستوى الموازي للمستوى الرأسى يقطع المستويين م و ك في رأسيين لا يتقاطعان في حدود الرسم وهذا ناشئ من ككون المستويين م و ك لا يتقاطعان الا بعد مسافة عظيمة الا ان جزء هذا التقاطع المجاور لاثره الافقى ينسقط انسقاطا رأسيا قريبا من خط الارض فاذا اخير مستوي مساعد ماز بخط الارض خ ض وقليل الميل جدا على المستوى الافقى قطع المستويين م و ك في مستقيمين يقرب مسقطاهما الرأسيان من خط الارض ويتقاطعان بالضرورة في حدود الرسم ومن هنا يتحصل نقطة من المسقط الرأسى للتقاطع المطاوب وباجراء مثل هذه العملية مع مستوي جديد تنتج نقطة ثانية ايضا فيتم تعيين المسقط الرأسى بهما وتعين المسقط الافقى بامر المستويين بخط الارض صانعين مع المستوى الرأسى زاوية صغيرة جدا ولنجرى العمل على ما ذكر فنقول

يؤخذ اولا مستو مثل س معين بخط الارض خ ض وبالنقطة منه الموجودة قريبا من المستوى الافقى وبعيدا جدا عن المستوى الرأسى فيقطع المستويين م و ك في مستقيمين مارين بالضرورة من النقطتين ع و ك اللتين هما تقاطع المستويين المذكورين بخط الارض خ ض ولايجاد نقطة اخرى لكل من هذين المستقيمين او التقاطعين يؤخذ مستوي آخر مساعد مثل ر موازيا للمستوى الرأسى ومارا من النقطة ص فيقطع بالضرورة المستوى س في مستقيمين ا مواز لخط الارض كما يقطع مستوي م و ك في رأسيين ب و ج من هذين المستويين في تقاطع المسقطان ا و ب في النقطة ا من المسقط الرأسى و لتقاطع المستويين م و س لان النقطة ا كائنة على ككل من المستقيمين ا و ب من المستويين المذكورين وبمثل ذلك يتقاطع المستقيمان ا و ج في النقطة ر من

المسقط الرأسى هـ لتقاطع المستويين ك و س ومن حيث ان
 المستقيمين و و هـ في مستوا واحد س فلا بد ان يتلاقيا في النقطة
 م المعلوم مسقطها الرأسى م وهى من تقاطع المستويين م و ك
 لان المستقيمين و و هـ من هذين المستويين ومن المعلوم ان هذا العمل
 لا يتعين به نقطة ما من ي ولذا لم يرسم في الشكل المسقطان الاقيان
 و و هـ لتقاطع المستويين م و ك مع المستوى س ويصح
 ايجاد نقطة اخرى من ي بواسطة المستوى س المار من خط الارض
 خ ض ومن النقطة س التى اختيرت متحدة المسقط الافقى مع النقطة س
 المتقدمة لما في ذلك من كثير السهولة فيقطع المستوى ر المستوى المذكور
 في المستقيم ا ومنه ينتج التقاطعان و و هـ للمستوى ر مع
 المستويين المذكورين م و ك ثم ان هذان التقاطعان والمستقيمان
 قد يعينان المسقط الرأسى م للنقطة م من التقاطع ي الذى تعين
 بالكلية بهما ولاجل ايجاد المسقط الافقى يمر مستو ص من خ ض ومن
 نقطة ص مختارة قريبة جدا من المستوى الرأسى وبعيدة جدا من المستوى
 الافقى فيقطع المستويين م و ك في مستقيمين ح و ط يمكن
 ايجادهما كما تقدم باخذ مستو مساعد ر موازيا للمستوى الافقى فالمسقطان
 الاقيان ح و ط اللذان لم يرسم غيرهما هنا لان المسقطين الرأسين
 لا يتصل منهما شئ كما هو معلوم يتقاطعان في النقطة د التى هي مسقط افقى
 للنقطة د من التقاطع ويتصل نقطة اخرى د باستعمال مستو ص
 مار من خط الارض خ ض ومن النقطة ص فيتم حيث تدنعين التقاطع
 ي للمستويين م و ك

ويمكن التعرض أيضا في هذه المسئلة لعدة احوال اخرى سهل حلها بواسطة الطرق المستعملة في الامثلة السابقة فيمكن مثلا ايجاد تقاطع مستويين احدهما مواز لخط الارض والاخر اثنان متحددان في مستقيم واحد وهكذا الى آخره

* (٩٩) *

* (المسئلة الرابعة عشر) * اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين معلوم كل واحد منهما باثره ونقطة منه يقال

ليكن كما في (الشكل ٨٨) هذان المستويان م و ك معلومين بالاثرين ق^ك و ق^م والنقطتين ع و ك^ك ولذلك عدة طرق هي

* (اولا) * انه يمكن ان يرسم الاثران الرأسيان للمستويين المذكورين بامرار

مستقيم افقي للمستوى م من النقطة ع فيعلم منه نقطة من ر^ك بامرار مستقيم افقي للمستوى ك من النقطة ك^ك فينتج منه نقطة من

ر^ك ويمكن امرار رأسيين للمستويين المذكورين من النقطتين ع و ك^ك

فيكون ر^ك و ر^م حيثئذ موازيين للمسقطين الرأسيين لهذين المستقيمين كل لتظايره ويمكن ايضا اخذ مستقيمين حيثما اتفق خارجيين من النقطتين

ع و ك^ك ومارين احدهما من نقطة من ق^م والاخرى من نقطة من ق^ك فيؤول الامر الى الطريقتين المتقدمتين

* (وثانيا) * انه يمكن حل المسئلة بالمستقيمات المعلومة التي فرضناها هنا بلا واسطة

اخرى بان يوصل بين النقطتين ع و ك^ك بمستقيم و يقطع المستوى الافقي في نقطة د ثم يمر بهذا المستقيم مستقيما س وليجتر المستوى المسقط

اقبيا للمستقيم فيقطع المستوى س المستوى م في مستقيم ب مار بالنقطة ع ويقطع المستوى ك^ك في مستقيم ج مار بالنقطة ك^ك

فيتقاطع هذان المستقيمان ب و ج في نقطة م من التقاطع المطلوب

وهناك نقطة اخرى α وهي تقاطع الاثرين α و β وبها وبالنقطة
المتقدمة يتم تعيين التقاطع المطلوب

* (وثالثا) * ان العملية المتقدمة اخصر من غيرها لانهما كافية في ايجاد التقاطع
المطلوب الا انه يمكن اخذ مستوي α كافي (الشكل ٨٩) ثم يقال ان هذا
المستوى α لابد وان يشتمل في جميع احواله على المستقيم α فيشتمل ايضا
اثره الافقي على الاثر الافقي للمستقيم وهذا هو الشرط اللازم لهذا المستوى فيمكن
حيث ان يمر من نقطة α مستقيم α يعتبر اثر α للمستوى المساعد
فيتحصل من هذا المستوى α النقطة α من التقاطع باجراء الاعمال
المتقدمة في الحالة السابقة وباخذ مستوي آخر مساعد تحصل نقطة ثانية من هذا
التقاطع وبهما يتم تعيينه

* (ورابعا) * انه اذا كانت النقطة α خارج حدود الرسم امكن ايجاد التقاطع
 α بواسطة اعمال الشكل ٨٨ واذا كانت النقطة α خارج حدود
الرسم امكن اجراء الاعمال التي في الشكل ٨٩ لكن اذا كان هاتان النقطتان
خارجتين عن حدود الرسم فلا يمكن ايجاد التقاطع باستعمال الطرق المتقدمة
فينبغي في هذه الحالة ان يتصور مستويان α و β ماران بالنقطتين
 α و β كافي (الشكل ٩٠) وموازيان للمستوى الراسي وبقطعهما
بالمستوى α في مستقيمين متوازيين يلزم بالضرورة ان يمر احدهما الذي
هو تقاطع α و β بالنقطتين α و β والاخر بالنقطة α فيعلم
حيث ان المستقيمان α و β وكذلك بقطع المستوى α للمستويين
 α و β في مستقيمين متوازيين يلزم ضرورة ان يمر احدهما الذي هو
تقاطع المستويين α و β بالنقطتين α و β والاخر بالنقطة
 α وحيث يعلم التقاطعان α و β لكن من حيث ان α و β
موجودان في مستوي واحد α فلا بد ان يتقاطعا في نقطة α من التقاطع
 α المطلوب كما يتقاطع α و β في نقطة اخرى α من هذا التقاطع α

فحيث يتم تعيينه بهما ومن المعلوم ان الاعمال لا تختلف اذا امر مستويان
 رأسيان متوازيان ايأما كانا من النقطتين ع و ك ولا يلزم اصلا ان يكون
 المستويان المساعدان س و س موازيين للمستوى الرأسى للمسقط لانه
 لو كان كذلك لجبر الانسان على رسميهما في اتجاه غير الاتجاه الاول اذا كان النقطتان
 ع و ك على بعد واحد من المستوى الرأسى للمسقط لكن يمكن جعل هذه
 الحالة آيلة الى احدى الاحوال الاول بتغيير المستوى الرأسى دون المستوى
 الافقى لانه لا تنج عنه المعاليم التى بها تحل المسئلة

(المسئلة الخامسة عشر) اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين معلومين
 بخطيهما الاعظمين ميلا بالنسبة لمستوى المسقط الافقى يقال
 ليكن كافي (الشكل ٩١) م و ك الخطين الاعظمين ميلا للمستويين
 م و ك وحل هذه المسئلة طريقان هما

(اولا) ان يؤخذ المستوى المساعد اقويا مثل س فيقطع المستقيمين
 م و ك في النقطتين ع و ك انظر (ثانيا من ٥٦) كما انه يقطع
 المستويين فى اققين ا و ب مارين بالنقطتين المذكورتين لكن من
 حيث ان م عمود على ن كافي (بند ٣٧) يكون عمودا بالضرورة
 على ا كافي (بند ٣٦) كما ان ك ايضا عمود على ب فيكون هذان
 الاقبيان معينين تعيينا كليا وحيث كانا فى مستو واحد س فلا بد ان
 يتقاطعا فى نقطة كالنقطة م من التقاطع ي للمستويين وباستعمال
 مستو آخر افقى س تعلم نقطة اخرى م من هذا التقاطع وحيث يكون
 معلوما

(وثانيا) ان يقال اذا كان م و ك متوازيين كافي (الشكل ٩٢)
 يكون ا و ب متوازيين ايضا ولا ينتج منهما نقطة من نقط التقاطع
 لكن التقاطع ي يكون حيثما اقويا كافي (بند ٩٠)

وكيفية معرفة نقطة منه ان يقطع المستويان المعلومان بكل من المستويين
الاقعيين $س و س'$ بان يقطع احدهما في اقصين $ا و ب$ والاخر في اقصين
 $ا و ب'$ فيؤخذ اى تقطعتين مثل $ا و -$ على $ا و ب$ ويوصلان بالمستقيم
 $ج$ ثم يرسم على الخطين $ا و ب$ مستقيم $ج$ مواز للمستقيم
 $ج$ وحينئذ يمكن اعتبار $ج و ج'$ اقصين لمستوي ثالث قاطع
للمستوى $م$ في مستقيم $و$ والمستوى $ك$ في مستقيم $هـ$
فيتقاطع هذان المستقيمان $و و هـ$ في نقطة $د$ من التقاطع
 $ي$ وباخذ عمود من $س$ على $م$ و $ك$ يتحصل بالضرورة $ي$
ولا ترسم المساقط الرأسية للمستقيمين $و و هـ$ والنقطة $س$ ولاجل ايجاد
المسقط $ي$ يقال من حيث انه يقابل المستقيمين $م و ك$ في تقطعتين
معلوم مسقطاهما الاقصين $ص و س'$ ينتج بالسهولة $ص و س'$
فيعينان المسقط المذكور $ي$ ويجب مع ذلك ان يكون هذا المسقط موازيا
لخط الارض $خ ض$

* (١٠١) *

* (المسئلة السادسة عشر) * اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين
معلومين باثرهما الاقصين والزاوية الحادثة من كل منهما مع المستوى الافقى
يقال

من المعلوم كافي (الشكل ٩٣) من مسئلة نظرية في الهندسة الاصلية انه
اذا كان مستو عمودا على المستوى الرأسى للمسقط تكون الزاوية الحادثة منه
ومن المستوى الافقى مقيسة بالزاوية الحادثة عن اثره الرأسى مع خط الارض
فاذا اخذ حينئذ مستورا رأسى عمودا على المستوى $م$ حدث من الاثر $ر$
لهذا المستوى مع خط الارض $خ ض$ الزاوية المعلومه $ا$ واذا اخذ ايضا
مستورا رأسى عمودا على المستوى $ك$ يحدث من اثره $ر'$ مع خط الارض

خض الزاوية المعلومة $\underline{\text{ـ}}$ وحيث كان المستويان المذكوران
 م و ك منسوبان لمستوى واحد افقى والى راسيين مختلفين امكن تغيير
 المستوى الرأسى لكل منهما وايجاد اثريهما $\text{ر}^{\text{و}}$ و $\text{ك}^{\text{ر}}$ كفى (بند ٤٧)
 على مستو واحد رأسى خض ولكن هذا ليس ضروريا لانا اذا تصورنا
 مستويا افقيا س يكون اثره على المستويين الرأسيين موازيين لخطى
 الارض خض و خض وعلى بعد واحد من هذين الخطين الارضيين
 ويقطع هذا المستوى المذكور س المستويين م و ك فى اقليين
 ا و ب وهذان الاقليان يتقاطعان فى نقطة م معلوم مسقطها
 الافقى م فبالوصول بين ا و م يحدث المسقط الافقى $\text{ى}^{\text{و}}$ للتقاطع
 المطلوب للمستويين م و ك وحيث علم ايضا المسقطان الرأسيان
 $\text{ر}^{\text{و}}$ و $\text{ر}^{\text{ك}}$ تعين التقاطع المطلوب

(١٠٢)

يمكن ايضا تنويع معالم المستويين المذكورين بان لا يفرض معلومين بكيفية
 واحدة ومما تقدم يسهل معرفة التغير الذى يلزم فى كل حالة من احوال طرق الحل
 التى ذكرناها هنا متتالية

(١٠٣)

الهندسة الاصلية والهندسة الوصفية تستمد احدهما من الاخرى بحيث توجد
 فى الغالب خواص معلومة من الهندسة الاصلية موصلة الى بعض خواص
 مجهولة فى الهندسة الوصفية وبالعكس فبمقتضى المسئلة الرابعة عشر كفى
 (الثامن بند ٩٩) يقال كل مستو مساعد مثل س كفى (الشكل ٨٩)
 ينتج منه نقطة م من التقاطع فتكون حيثئذ جميع النقط الناتجة
 كالنقطة م على مستقيم بحيث لو اعتبر المسقط الافقى فقط لشوهد
 ان جميع المستقيمات مثل ب و ج تتقاطع فى نقط مثل النقطة م
 كائنة على مستقيم واحد مار بالنقطة ا ومن ذلك تنج دعوى

نظرية هي

اذا وجدت ثلاث مستقييات و م و ك كافي (الشكل ٩٤)
 متقاطعة اثنين اثنين وثلاث نقط د و ع و ك على مستقيم منها مثل
 و وأمر من النقطة د خطوط ت و ت و ت قاطعة
 للمستقيين م و ك ووصلت نقط المستقيم م الى النقطة ع بمستقييات
 ب و ب و ب ووصلت كذلك نقط المستقيم ك الى ك
 بمستقييات ايضا ج و ج و ج تقاطع المستقيان ب و ج
 والمستقيان ب و ج والمستقيان ب و ج في النقطة
 م و م و م التي هي والتقاطع للمستقيين م و ك
 على مستقيم واحد ي

ومن المعلوم انه يمكن اعتبار المستقييات و م و ي معاليم للمسئلة
 وتختار النقطة ع اصلا للخطوط القاطعة ب و ب و ب
 لاحد المستقيين م في النقطة ب و ب و ب وللاخرى في النقطة
 م و م و م وينتج منه ان نقط تقاطع المستقيين ج و ت
 والمستقيين ج و ت والمستقيين ج و ت على خط مستقيم
 مع النقطة ا ويمكن ايضا جعل المستقييات و ك و ي معاليم والنقطة
 ك اصلا للخطوط القاطعة ج و ج و ج لاحد المستقيين
 ك في النقطة ج و ج و ج وللاخرى في النقطة م و م و م
 فينتج منه ان نقط تقاطع المستقيين ب و ت والمستقيين ب و ت
 والمستقيين ب و ت كائنة على مستقيم واحد م مارا بالنقطة ا

يمكن ان يكون احدى النقط د و ع و ك لانها ثانياً ولذلك ثلاث حالات وهي ان تقول

* (اولاً) اذا كانت النقطة د هي اللانهاية تكون الخطوط القاطعة
ت و ت و ت موازية للمستقيم و

* (وثانياً) اذا كانت النقطة ع هي اللانهاية تكون الخطوط القاطعة
ب و ب و ب موازية ايضاً للمستقيم و

* (وثالثاً) اذا كانت النقطة ك هي اللانهاية تكون الخطوط القاطعة
ج و ج و ج موازية ايضاً للمستقيم و

وينتج من هذه الاحوال الثلاثة دعوى نظرية نطبقها على الحالة الاولى كما في
(الشكل ٩٥) لزيادة الايضاح فنقول

اذا كان معنا ثلاث مستقيمت و م و ك متقاطعة اثنين اثنين
ونقطتان ع و ك على مستقيم منها مثل و ورسمت بجهة موازيات
للمستقيم و قاطعة للمستقيمين الاخرين م و ك ووصلت نقط
المستقيم م بالنقطة ع ونقط المستقيم ك بالنقطة ك يقال ان المستقيمين
ب و ج والمستقيمين ب و ج والمستقيمين ب و ج
تقاطع في النقط م و م و م الكائنة هي والتقاطع ا

للمستقيمين م و ك على مستقيم واحد ي وهذه الحالة تنتج من
(شكلى ٨٦ و ٨٧) باعتبار ان العملية على مستواقي

اذا كانت المستقيمت الثلاثة و م و م و م معلومة واختيرت النقطة ع
اصلاً للقواطع ب و ب و ب ينتج ان تقاطع المستقيمين

ج و ت والمستقيمين ج و ت والمستقيمين ج و ت
والنقطة ا على مستقيم واحد واذا كانت المستقيمت و م و م معلومة

واختيرت النقطة كز أصلا للخطوط القاطعة ج و ب و ج
 شوهذان المستقيمتين ب و ت و ب و ت و ب و ت ...
 تقاطع في نقط على مستقيم مار بالنقطة ا كل اثنين منها متفقين في العلامة
 بتقاطعهم في نقطة ومن ذلك تنبع دعوى نظرية هي ان تقول
 اذا كان معنا ثلاثة مستقيمتين و م و ي وتقطعتان ع و كز
 كائنتان على احد هذه المستقيمتين وهو و وأمر من احدى هاتين
 النقطتين وهي ع بجهة قواطع ب و ب و ب ثم وصلت
 نقط تقاطع تلك القواطع مع المستقيم ي بالنقطة الاخرى كز من
 المستقيم و ثم أمر من نقط تقاطع تلك القواطع مع المستقيم م خطوط
 موازية للمستقيم و تقاطعت تلك الموازيات مثل ت والمستقيمتين
 مثل ج في نقط على مستقيم مار بالنقطة ا التي هي تقاطع المستقيمتين
 م و ي

(١٠٦)

يمكن ان يستنتج من هذه الدعاوى عكسها فيقال
 (اولا) اذا كان معنا كافي (الشكل ٩٤) اربعة مستقيمتين و م
 و كز و ي ثلاثة منها متقاطعة في نقطة واحدة ا وكل منها يقطع
 المستقيم الرابع ووصلت جميع نقط احد المستقيمتين الثلاثة وهو ي بنقطتين
 ع و كز كائنتين على المستقيم الرابع يقال ان المستقيمتين المارة من النقطة
 ع تقطع المستقيم م والمستقيمتين المارة من النقطة كز تقطع المستقيم
 ك والمستقيم المار من النقطتين ب و ج والمستقيم المار من النقطتين
 ب و ج والمستقيم المار من النقطتين ب و ج تقطع المستقيم و في نقطة
 واحدة د او توازيه كافي (الشكل ٩٥)
 واذا وصلنا نقط المستقيم كز بالنقطتين كز و د ينتج ايضا ان جميع

المستقييات ب و ب و ب تتلاقى في نقطة واحدة ع من المستقيم و وإذا وصلنا أيضا نقط المستقيم م بالنقطتين ع و د ينتج ان جميع المستقييات ج و ج و ج تتقابل في نقطة واحدة ك من المستقيم و

* (وثانيا) * اذا كان معنا ثلاثة مستقييات م و ك و ي خارجة من نقطة واحدة ا ونقطة د خارجة عن هذه المستقييات وامر من النقطة د خطان قاطعان حيث ما اتفق ت و ت احدهما يقطع المستقيين م و ك

في النقطتين ب و ب والاخر يقطعهما في النقطتين ج و ج ثم اخذنا ايضا نقطتين حينما اتفق كالنقطتين م و م على المستقيم الثالث

ي ووصلناهما بنقط التقاطع المذكورة ينتج ان المستقيين ب و ب يتقاطعان في نقطة ع وان المستقيين ج و ج يتقاطعان ايضا في نقطة

ك وتكون النقط الثلاث د و ع و ك كائنة على مستقيم واحد فلو فرض ان النقطة ع هي التي امر منها التقاطعان ب و ب لوجد التقطتان د و ك مع النقطة ع على مستقيم واحد ولو فرض ان النقطة ك هي التي امر منها الخطان القاطعان ج و ج لوجد التقطتان

د و ع مع النقطة ك على مستقيم واحد

* (وثالثا) * اذا كان معنا كما في (الشكل ٩٥) ثلاثة مستقييات م و ك و ي تتقابل في نقطة واحدة ا ومستقيان متوازيان ت و ت قاطعان للمستقيين م و ك بان يقطع اولهما المستقيين

المذكورين في نقطتين ب و ب والاخر منهما يقطعهما في النقطتين ج و ج ووصل بين هذه النقط ونقطتين اخريين مأخوذتين بالاختيار

على المستقيم γ تقاطع المستقيمان β و β في نقطة ϵ
والمستقيمان β و β في نقطة κ وكان النقطتان ϵ و κ على
مستقيم و مواز للمستقيمين β و β

* (١٠٧) *

إذا كان معنا مستقيمان μ و κ كما في (الشكل ٩٦) مقطوعان
بجملة قواطع متوازية β و β و β وأمر من النقط
 β و β و β ومن النقط β و β و β التي
هي تقاطع تلك القواطع بالمستقيمين μ و κ جعلنا مستقيمان متوازيين
من النقط الأولى β و β و β ومن الثانية β و
 β و β تقاطع المستقيمان β و β والمستقيمان
 β و β والمستقيمان β و β في نقط μ و μ و μ كائنة
على مستقيم واحد مع النقطة α التي هي تقاطع المستقيمين μ و κ
وذلك أنك لو اعتبرت المستقيمين μ و κ أثرتين أفقيين لمستويين والقواطع
كالمقاطع β آثاراً أفقية لمستويات مساعدة متوازية وقاطعة للمستويين
المعلومين في مستقيمان مثل β و β لا تتسبب هي والنقطة α إلى
المسقط الأفقي لتقاطع المستويين المعلومين وكانت حينئذ جميع تلك النقط
على مستقيم واحد

* (١٠٨) *

وينتج مما ذكر دعوى نظرية عكس المقدمة وهي أن تقول
إذا كان معنا ثلاثة مستقيمان μ و κ و γ متقاطعة في نقطة واحدة
 α وأمر من جميع النقط μ و μ و μ الكائنة
على γ جعلنا مستقيمان متوازيين β و β و β

ج و ج و ج ... الجملة الاولى قطعت المستقيم م والثانية المستقيم
ك في نقط بحيث تكون المستقيمتان الحادثة من اتصال كل نقطتين منها كالنقطتين
١ و ٢ والنقطتين ٢ و ٣ والنقطتين ٣ و ٤ والنقطتين ٤ و ٥
متوازية

* (١٠٩) *

* (المسئلة السابعة عشر) * اذا كان معنا مستقيمان م و ك متقابلان
في نقطة خارج حدود الرسم ونقطة م والمطلوب امر ار مستقيم من النقطة
م مقابل للمستقيمين م و ك في نقطة واحدة يقال لحل هذه المسئلة
حالتان نشرع فيهما فنقول

* (اولا) * يرسم كافي (الشكل ٩٧) مستقيم ت يقطع م و ك
في النقطتين ١ و ٢ ثم نوصل احدى النقطتين ١ و ٢ بالآخرى
واحدى النقطتين ٢ و ٣ م كذلك فيتحصل مستقيمان يقطعان
المستقيمين ك و م في نقطتين ٢ و ٣ ويتوصل احدى هاتين
النقطتين بالآخرى فيحصل مستقيم ت مقابل للمستقيم ت في النقطة
د ومن هذه النقطة د يرسم مستقيم ثالث ت يقطع م و ك
في نقطتين ١ و ٢ ويتوصل احدى النقطتين ١ و ٢ والنقطتين
٢ و ٣ بالآخرى فيحصل مستقيمان يتقاطعان في نقطة م من المستقيم
المطلوب وذلك لانه لو اعتبرنا الثلاثة مستقيمت م و ك و ت آثارا اقية
لثلاثة مستويات مارة بنقطة واحدة فراغية مسقطها الافقي م
ليكن ب و ج المسقطين الاقيين لتقاطعي المستوي ت
بالمستويين م و ك ولو اعتبرنا الآن النقطة ج مسقطا اقيةا للنقطة من
المستوى م وكذلك النقطة ١ مسقطا اقيةا للنقطة من نقط المستوى

ك وكذلك المستقيم $\overline{ب}$ اثر اقصيا المستوي آخر مساعد لقطع هذا
المستوى المستويين المذكورين $م$ و $ك$ في مستقيمين مسقطاهما
الاقصيان $ب$ و $ج$ وبذلك تكون النقطة $م$ مسقطا اقصيا للنقطة اخرى
من تقاطع المستويين $م$ و $ك$
ويمكن من النقطة $د$ امر ارجلة قواطع اخرهما اريد وبادامة هذه العملية
نفسها تحصل جلة نقط $م$ و $م$ و $م$ و $م$ و $م$ على مستقيم واحد
فتنتج بالسهولة دعوى نظرية جديدة متعلقة بالقواطع لافائدة في ذكرها
هنا

* (وثانيا) * ينزل من النقطة $م$ كما في (الشكل ٩٨) عمودان على
المستقيمين $م$ و $ك$ يقطعانهما في النقطتين $س$ و $ج$ ثم يوصل ما بين
هاتين النقطتين $س$ و $ج$ ويمد الخط $س ج$ موازيا للخط $س ج$ ثم يمد
كذلك من النقطتين $س$ و $ج$ المستقيمان $م$ و $ك$ الموازيان للمستقيمين
 $م$ و $ك$ فيتقاطع هذان المستقيمان في نقطة $م$ من نقط المستقيم المطلوب
لانه لو اعتبر المستقيمان $م$ و $ك$ اثريين اقصيين لمستويين والنقطة $م$ مسقطا
اقصيا لنقطة من نقط تقاطعهما واعتبر ايضا $م$ و $س$ خطين ارضيين
لا ل الامر الى عملية المسئلة السادسة عشر من (بند ١٠١) فيكون
الخطان $م$ و $ك$ مسقطين لخطين اقصيين من المستويين $م$ و $ك$
كائنين على ارتفاع واحد ومتمقاطعين في نقطة $م$ من المسقط الافقي لتقاطع
المستويين $م$ و $ك$

* (المسئلة الثامنة عشر) * اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع المستقيم و
مع المستوى $م$ يقال
* (اولا) * اذا امر من المستقيم و كما في (الشكل ٩٩) مستوي مساعد

س وبحث عن تقاطعه ي مع المستوى م تكون النقطة س هي التي هي تقاطع المستقيمين ي و و هي النقطة المطلوبة

ولنختر من المستويات التي يمكن امرارها من المستقيم و سبعة يختار استعمالها دون غيرها الكيفية اوضاع الشكل وهي

* (اولا) * المستوى المسقط اقلياً للمستقيم و

* (وثانيا) * المستوى المسقط رأسياً لذلك المستقيم

* (وثالثا) * المستوى الذي يكون فيه المستقيم و هو الخط الاعظم ميلا

بالنسبة للمستوى الرأسى

* (ورابعا) * المستوى الذي يكون فيه و هو الخط الاعظم ميلا بالنسبة

للمستوى الافقى

* (وخامسا) * المستوى المار من و الموازى لخط الارض

* (وسادسا) * المستوى الذي اثره الافقى مواز ق

* (وسابعا) * المستوى الذي اثره الرأسى مواز ر

وذلك لان تقاطعات هذه المستويات مع المستوى المعلوم م كلها تقطع

المستقيم و المذكور في نقطة واحدة س هي النقطة المطلوبة

ويختار من تلك المستويات المذكورة في كل حالة مخصوصة المستوى الا ليق

وضعا من غيره بتلك الحالة ولا فائدة في رسمها كلها في الشكل لسهولة التمرن عليها

(وثانيا) اذا انتخب المستوى المساعد مكن ان يتقاطع المسقطان الافقيان ي و و

والمسقطان الرأسىان ي و و في زاويتين حادتين جدا ومنه يعلم حيث ان التقطتين

س و س ليستا تاقى التعيين فتكون النقطة س كذلك لكن يمكن

كما هو الاولى دائما اختيار المستوى المساعد س بحيث يتقاطع ي و و

مثلا في زاوية قائمة او قريبة منها ولا جل ذلك يرسم في المستوى م مستقيم ا

بحيث يكون ا عمودا تقريبا على المستقيم و وهذا يمكن دائما حيث يمكن

رسم ا ثم يمر من نقطة م من المستقيم و مستقيم ا مواز للمستقيم ا

ويعر مستو س من المستقيمين و ر أ ويبحث عن التقاطع ي
للمستويين م و س فتكون النقطة م التي هي تقاطع المستقيمين
ي و و هي النقطة المطلوبة ولتنبه على ان المستقيمين ي و ا لابد وان
يكونا متوازيين وهذا يتحقق صحة العمليات

(وثالثا) يمكن حل المسئلة ايضا بتغيير المستوى او بحركة دوران لجعل المستوى
م عمودا على احد مستويي المسقط انظر (بندى ٥٥ و ٦٧) لان تقاطعه
حيثئذ مع و ينسقط على هذا المستوى في تقاطع اثر المستوى مع مسقط
المستقيم كافي (ثانيا من بند ٥٦) ولناخذ حيثئذ مستويا جديدا
رأسيا للمسقط عمودا على المستوى م كافي (الشكل ١٠٠) فيكون
خط الارض خ ض عمودا على ق و يشاهد ان المستقيمين ر م و ر
يتقاطعان في م التي منها يستخرج م ثم م اللذان هما مسقطا النقطة
المطلوبة وكان يمكن اخذ مستوي جديد افقي خ ض عمودا على المستوى م
فيكون المسقط م حيثئذ هو تقاطع و و ق

* (تنبيه) * اذا اخذنا خط الارض خ ض في اعلى فرخ الرسم توجد النقطة
م في اعلاه وبالعكس اى انه لو اخذنا خط الارض خ ض في اسفل فرخ
الرسم لكانت النقطة م اسفله فعلى هذا لو اخذنا خط الارض الجديد في اسفل
فرخ الرسم ما يمكن لتوصلت نقط تقاطع بعيدة جدا عن المستوى الافقي
ولم توجد طريقة غير هذه

ولو اريد تغيير المستوى الافقي لكان يلزم حيثئذ اختيار خط الارض الجديد عمودا
على ر و كونه في اعلى فرخ الرسم ما يمكن وكان يصح ايضا جعل المستوى م
عمودا على المستوى الرأسى او على المستوى الافقي بتدويره حول محور عمود على
المستوى الرأسى او الافقي بتحريك المستقيم في كلتا الحالتين مع حركة المستوى
المذكور

(١١١)

* (المسئلة التاسعة عشر) * اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستقيم مع مستو معلوم بمستقيم ونقطة يقال

* (اولا) * اذا فرض ان المستوى (م ع) معلوما بالمستقيم م والنقطة ع وان المستقيم المعلوم كافي (الشكل ١٠١) لزم كافي (اولا من بند ١١٠) امرار مستو مساعد من المستقيم و والبحث عن تقاطعه مع المستوى م واختيار هذا المستوى مارا بالمستقيم و والنقطة ع فحينئذ تعلم النقطة ع من التقاطع ي ولايجاد نقطة اخرى منه يمد من النقطة ع مستقيمان م و موازيان للمستقيمين م و و كل لتظهر فيكون المستويان حينئذ معلومين بخطوط متوازية ولوا امر مستو افقي مساعد آخر س لقطع المستقيمان الاربعه في النقط ي و ي و د و د التي تعين التقاطعين ا و ب للمستوى س مع المستويين (م م) و (و و) ثم يقابل التقاطعان ا و ب في نقطة م من التقاطع ي الذي يتعين فعينا تاما ثم يقابل هذا المستقيم الاخير المستقيم و في نقطة سم وهي النقطة المطلوبة

* (وثانيا) * يمكن اخذ المستوى س موازيا للمستوى الرأسى او عمودا على احد مستويي المسقط وتحل هذه المسئلة بسهولة بان يؤخذ بدل المستوى المار بالمستقيم و المستوى المسقط له رأسيا كما يظهر ذلك في حل المسئلة الالية انظر (ثانيا من بند ١١٣)

* (وثالثا) * اذا كان احد المستقيمان المعلومين مثل م موازيا للمستوى الافقى يكون م موازيا لخط الارض خ ض فيكون موازيا بالضرورة الى ر و حينئذ لا تكون النقطة ي معلومة لكن لا يخفى ان المستوى الافقى س في هذه الحالة يقطع المستوى (م ع) في خط افقى او مواز للمستقيم م يصير معيناً لانه يمكن ايضا ايجاد النقطة ي باخذ المستقيم م غير مواز للمستقيم م

بل مارا بالنقطة ع ونقطة اختيارية من م

* (ورابعا) * اذا اعتبر المستقيم م اثرا اقيا ق للمستوى استعمل بدل المستقيم م مستقيم رأسي او افقي من هذا المستوى فيختار المستوى م موازيا للمستوى الرأسي فاذا كان المستقيم م هو الخط الاعظم ميلا للمستوى كفي في تعيينه انظر (بند ٣٨) ولا يلزم في هذه الحالة استعمال النقطة ع ويختار بدل المستوى المار من المستقيم والمستوى الذي يكون فيه هذا المستقيم اعظم ميلا وهذا يرجع الى المسئلة المتقدم حلها في (بند ١٠٠)

(١١٢)

ويمكن ايضا ايجاد تقاطع مستقيم مع مستو معلوم في حالات مخصوصة كما اذا كان الاثران متحدين في مستقيم واحد وكغير ذلك وهذه الاحوال يمكن حلها بنفس الطرق المذكورة

(١١٣)

* (المسئلة العشرون) * اذا كان المطلوب امرار مستقيم قاطع لمستقيين معلومين من نقطة معلومة يقال

* (اولا) * يمكن من النقطة المعلومة ومن كل من المستقيين المعلومين امرار مستو فيكون تقاطع هذين المستويين بالضرورة هو المستقيم المطلوب وبهذه الكيفية يؤول الامر الى حل المسئلة المتقدمة في (بند ١١١) الذي يلزم فيه ان تكون ع مبينة للنقطة المعلومة في (الشكل ١٠١) وان يكون م و المستقيين المعلومين و المستقيم المطلوب ولاجل صحة العملية يلزم ان يقطع مسقطا هذا المستقيم مساقط المستقيين م و و في النقط صه و صه و صه و صه السكائن كل اثنين منها على عمود واحد على خط الارض انظر (بند ٨)

* (وثانيا) * يمكن كما في (الشكل ١٠٢) حل المسئلة بامرار مستو من النقطة المفروضة م ومن احد المستقيين ا ثم يبحث عن تقاطع هذا المستوى

مع المستقيم الآخر ب ويحصل تقاطعه مع المستوى (أ م) بإمرار
مستقيمين ط و ح من النقطة م ومن آخرين حيثما اتفق - و أ
من المستقيم أ فيكونان في المستوى المذكور ويقابلان المستوى
الرأسي القائم من ب في نقطتين ط و ح من التقاطع ر لهذين
المستويين الذي يقابل المستقيم ب في نقطة م من المستقيم و
المطلوب لأن هذا المستقيم لما كان له نقطتان م و م في المستوى
(أ م) كان محصورا فيه فيقابل بالضرورة المستقيم أ
في نقطة م

* (١١٤) *

* (تبينه) * كان يسهل إيجاد حلول آخر لبعض المسائل المقدمة وتوزيع
معالم بعضها وفرض مسائل أخرى لكن فيما ذكرناه من طرق الحل كفاية
وسياتي بعض هذه المسائل في أثناء الكتاب

* (في زوايا المستقيمت والمستويات) *

* (١١٥) *

* (المسئلة الحادية والعشرون) * إذا كان المطلوب إيجاد الزاوية
الحادة بين مستقيمين يقال
الزاوية الحادة من مستقيمين هي الكمية التي بين انقراج هذين المستقيمين في حالة
امتدادهما فينتج

* (أولا) * أنه يمكن حدوث زاوية من مستقيمين بدون أن يتقاطعا
* (وثانيا) * أن المستقيمين المتوازيين تكون بينهما زاوية تساوي
صفرا

* (وثالثا) * أن الزاوية الحادة من مستقيمين لا متقاطعين ولا متوازيين تساوي
الزاوية الحادة من مستقيمين متوازيين لهذين المستقيمين المذكورين الممتدين من
نقطة واحدة وحيث فلا يبحث دائما إلا عن الزاوية الحادة من مستقيمين متقاطعين

فان لم يكونا كذلك تختار نقطة حيثما اتفق ويمد منها مستقيمان آخران موازيان للمستقيمين المذكورين انظر (بند ٢٤) ثم يبحث عن الزاوية الحادثة من هذين الاخرين فيقال اذا كان هذان المستقيمان α و β كما في (الشكل ١٠٣) متقاطعين في نقطة m عيناً مستويان k اثره

الافقي $ق$ ثم يطبق هذا المستوى $ك$ على المستوى الافقي كما في (بند ٧٦) بان يختار اختصار المستوى الجديد الرأسى ماراً بالنقطة m فينطبق المستقيمان α و β على α' و β' وتكون $ام$ هي الزاوية المطلوبة

وكان يمكن البحث عن الضلعين α' و β' بان يطبق المستويان المسقطان اقصياً للمستقيمين α و β على المستوى الافقي ثم يرسم المثلث $ام$ -

المعلوم منه اضلاعه الثلاثة ويلزم من ذلك ان تكون النقطتان $م$ و $م'$ على مستقيم عمود على الاثر $ق$ وكان يمكن ايضاً جعل المستوى $ك$ اقصياً ورأسياً بواسطة احدى الطرق الاربع المقررة في (بند ٧٦) ويسهل تركيب اشكال هذه العمليات بمقتضى ما تقدم

وليتنبه الى ان المستقيم $وم = وم'$ وتر مثلث قائم الزاوية فيه $وم$ ضلع الزاوية القائمة فيكون $وم < وم'$ وحينئذ تكون الزاوية $ام -$ التي هي زاوية المستقيمين اصغر من الزاوية $ام -$ التي هي زاوية مسقطيهما

* (المسئلة الثانية والعشرون) * اذا كان المطلوب ايجاد القاسم للزاوية الحادثة من مستقيمين الى قسمين متساويين يقال

يمكن حل هذه المسئلة بالبحث اولا عن الزاوية الحادثة من هذين المستقيمين انظر (بند ١١٥) ثم قسمة زاوية المستقيمين α و β الى قسمين متساويين

كما في (الشكل ١٠٣) وحينئذ يقابل القاسم الاثر $ق$ في نقطة هي بالضرورة الاثر الافقي للقاسم المطلوب وحيث ان هذا القاسم لا بد وان يمر

بالنقطة م يتعين تعيينا تاما وقد يمكن ايجاد هذا القاسم ايضا بدون البحث عن ايجاد الزاوية وذلك ان يعتبر انه لو اخذ بعدان متساويان على المستقيمين ا و ب ك كما في (الشكل ١٠٤) بالابتداء من النقطة م لحدث مثلث متساوي الساقين فيكون المستقيم الواصل من النقطة م الى وسط قاعدة المثلث هو القاسم المطلوب

فلاجل حل المسئلة بهذه الكيفية يدور المستقيمان المعلومان ا و ب كل واحد على حدة حول محور رأسي مار بنقطة تقاطعهما م الى ان يصل الى الوضعين ا و ب الذين يصيران فيهما موازيين للمستوى الرأسى للمسقط انظر (بند ٦١) ثم يرسم من المركز م بنصف قطر حيثما اتفق قوس دائرة يقطع ا و ب في ه و د ورجوع النقطتين ه و د في النقطتين ه و د على المستقيمين ا و ب بحركات دوران عكس الاولى حول نفس المحور المذكور يكون المستقيم ه المار من النقطة ه الى النقطة د ضرورة قاعدة للمثلث المتساوي الساقين فينسقط وسطه ه في الوسطين ه و د للمستقيمين ه و ه فيكون المستقيم و الواصل بين النقطتين م و ه هو القاسم المطلوب

ومن المهم ان يلتفت الى ان حركتي المستقيمين المعلومين ا و ب لاتعلق لاحدهما بالآخرى والا فلا يكون هذان المستقيمان موازيين للمستوى الرأسى وانما احتيج لبعدهما في هذا الوضع لا مكان ان يؤخذ على احدهما طول م ه مساو للطول م د المأخوذ على الآخر

فاذا خرج النقطتان ا و ب معا واحداهما عن حدود الرسم اخذ مستواقي مساعد يقطع المستقيمين ا و ب في نقطتين ع و ك بشرط ان يكون النقطتان ع و ك في حدود الرسم فانهما في هذا الوضع يستعملان ايضا لايجاد ا و ب ثم يكمل باقى العملية

تنبيه هذه العمليات تؤدي الى عدة تحقيقات

* (المسئلة الثالثة والعشرون) * اذا كان المطلوب ايجاد الزاويتين الحادثتين

من مستقيم مع مستويي المسقط يقال

الزاوية الحادثة من مستقيم مع مستو كافي (الشكل ١٠٥) هي الزاوية الحادثة من المستقيم المذكور مع مسقطه على المستوى فعلى هذا تكون الزاويتان المطلوبتان هما الزاويتان الحادثتان من المستقيم المقروض و مع مسقطيه

و و فيلزم حيثئذ جعل المستويين المسقطين للمستقيم و منطبقين على احد مستويي المسقط او موازيين له ولاجل ذلك يمكن جعل هذين المستويين من اول وهلة مستويين جديدين للمسقط فتوجد الزاوية

$\angle 1 = \angle 2$ الحادثة من المستقيم و مع المستوى الافقي والزاوية

$\angle 1' = \angle 2'$ الحادثة عنه مع المستوى الرأسى ويمكن ايضا تدوير هذين

المستويين حول اثريهما $\angle 1$ او $\angle 2$ الى ان ينطبقا فتوجد ايضا الزاويتان

$\angle 1 = \angle 2$ و $\angle 1' = \angle 2'$ فاذا لم يكن اثر المستقيم و

في حدود الرسم اخذ نقطتان حيثما اتفق كنقطتي م و ن كافي (الشكل ١٠٦)

فيوجد بتغيير المستويين الزاويتان م ط = ل م و ل م = ن م

ويصح ايضا ان ينزل من النقطتين م و ن عمودان احدهما على المستوى

الافقي والاخر على المستوى الرأسى ويدور حولهما المستويان (و و)

و (و و) الى ان يصيراموازيين للمستوى الرأسى او للمستوى الافقي

فتحدث الزاويتان م ط = ل م و ل م = ن م

إذا حدث من مستقيم مع مستويي المسقط زاويتان متساويتان حدث أيضا من
مسقطيه مع خط الأرض زاويتان متساويتان وكان اثرهما على بعد واحد من خط

الأرض $\chi \zeta$ وبيان ذلك أولا ان المثلثين $\alpha - \beta$ و $\alpha - \gamma$ كافي
(الشكل ١٠٥) متساويان لان وتر احدهما مساو لوتر الآخر وفيهما زاويتين

حادثتين متساويتين فيثبت $\alpha - \beta = \alpha - \gamma$ و $\beta - \gamma = \beta - \delta$

$\alpha - \beta = \alpha - \gamma$ فيكون بالضرورة المثلثان $\alpha - \beta$ و $\alpha - \gamma$ متساويين

فيثبت ان الزاوية $\alpha - \beta = \alpha - \gamma$

وإذا قابل المستقيم خط الأرض فالبرهان بعينه ولو كان مسقطاه في جهة واحدة
من $\chi \zeta$ لا تطبقا انظر (ثامن من بند ١٧)

* (وثانيا) ان يقال ان هذه الحالة المخصوصة واضحة لان اى نقطة من
المستقيم و تكون على بعد واحد من مستويي المسقط فينتج من ذلك تساوى

المثلثين المناظرين للمثلثين المتقدمين فيثبت يمكن دائما الرجوع الى هذه
الحالة بان يؤخذ مثلا مستوي جديد رأسي موازيا للمستوى القديم ومارا بالاثـ

الافقى α للمستقيم فيقابل هذا المستقيم خط الأرض وحينئذ يحدث
عنه مع مستويي المسقط زاويتان متساويتان فيثبت $\alpha - \beta$ و $\alpha - \gamma$ يصنعان

مع خط الأرض $\chi \zeta$ زاوية واحدة وحيث كان α موازيا α

و $\chi \zeta$ موازيا $\chi \zeta$ يحدث من α و α مع خط الأرض $\chi \zeta$
زاوية واحدة

* (تنبيه) α و α يكونان متوازيين اذا لم يتخذ المستقيم و
في الزاوية $\chi \zeta$ فاذا اتخذ و فيها α كما غير متوازيين بالنسبة لخط

الأرض $\chi \zeta$

* (المسئلة الرابعة والعشرون) * اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الحادثة من مستقيم مع مستوي يقال

* (اولا) * حيث كانت هذه الزاوية هي الحادثة عن المستقيم المعلوم مع مسقطه على المستوى المعلوم ينبغي حل المسئلة التي حلت بالنسبة للنقطة في (بند ٤٨) بالنسبة للمستقيم المعلوم وهذا يتوصل الى البحث عن الزاوية الحادثة من مستقيمين انظر (بند ١١٥) وليتنبه الى ان هذه الطريقة ترجع الى جعل المستوى م افقيا او رأسيا ويكون ذلك بالطرق الاربعة المقررة في (بند ٧٦) مع فرض المستقيم و مرتبطا بالمستوى المذكور بحيث يمكن ايجاد مسقطيه على كل مستوي جديد منتخب للمسقط وفرضه ايضا تابعا للمستوى المذكور في حركات دورانه اذا حرك ورأسها مع هذا المستوى دائما زاوية واحدة فحينئذ يؤول الامر الى البحث عن الزاوية الحادثة من مستقيم مع احد مستويي المسقط انظر (بند ١١٧) وقد يسهل تتبع جميع الاعمال على (الشكل ١٠٧)

* (وثانيا) * انه يمكن حل هذه المسئلة ايضا بطريقة اخرى وذلك ان تؤخذ نقطة ما م على المستقيم و منها ينزل عمود ن على المستوى م كما في (بند ٨٢) فتكون زاوية المستقيمين و ن هي تمام الزاوية الحادثة من المستقيم و مع المستوى م فيؤول الامر الى البحث عن الزاوية الحادثة من هذين المستقيمين كما في (بند ١١٥) وبعد ايجادها يؤخذ تمامها وهي الزاوية المطلوبة

* (المسئلة الخامسة والعشرون) * اذا كان المطلوب ايجاد زاويتين حادثتين من مستويين مع مستويي المسقط يقال

الزاوية الحادثة من مستويين كما في (الشكل ١٠٨) مقاسة بالزاوية الواقعة بين عمودين قائمين على خط تقاطع المستويين من نقطة واحدة منه

وكل منهما على مستوي فينتج انه اذا كان المستوى المعلوم عمودا على المستوى
الرأسي تكون الزاوية الحادثة منه مع المستوى الافقي مقيسة بزاوية
اثره الرأسى مع خط الارض وكذلك اذا كان المستوى المعلوم عمودا على المستوى
الافقى تكون الزاوية الحادثة منه مع المستوى الرأسى مقيسة بالضرورة بزاوية
اثره الافقى مع خط الارض فيثبت يكون حل المسئلة مبنيا على جعل المستوى
المعلوم عمودا على المستوى الافقى ثم الرأسى للمسقط اما بتغيير المستوى كما فى
(بند ٥٢) واما بحركة دوران كما فى (بند ٦٤) وبهاتين الطريقتين
تعلم الزاوية الحادثة من المستوى م مع المستوى الافقى والزاوية
الحادثة منه مع المستوى الرأسى ولا فائدة فى اطالة الكلام على العمليات
لسهولة تتبعها على الشكل

(١٢١)

اذا انزلنا من $أ$ أو $أ$ الرأسى $ن$ على $ر$ و $ن$ على $ق$ ففرض
رجوع المستوى الرأسى للمسقط الى وضعه العمودى على مستوى
المسقط الافقى يكون $ن$ عمودا على المحور $أ$ فيكون عمودا على
موازيه المار من النقطة $ر$ او على $ق$ فيثبت يكون $ن$ عمودا على
المستوى $م$ ويكون $ن$ ايضا عمودا على المحور $أ$ فيكون عمودا على موازيه المار
من النقطة $م$ او على $ر$ فيكون عمودا على المستوى $م$ فاذا ارجعنا
المستويين $م$ و $م$ الى وضعهما الاقتراني م انطبق العمودان $ن$ و $ن$
وصارا مستقيما واحدا عمودا على المستوى $م$ فيكون $ن = ن$ ومن
ذلك ينتج ان $ر$ و $ق$ يكونان مماسين للدائرة المرسومة من المركز
 $أ$ أو $أ$ بنصف قطريساوى $ن$ أو $ن$

(١٢٢)

اذا كان المستوى المعلوم يصنع زوايا متساوية مع مستويي المسقط يكون اثره

متساوي الميل على خط الارض ويان ذلك

* (اولا) * ان تختار نقطة ما و على خط الارض خ ض كما في
(الشكل ١٠٩) وينزل منها عمود ن على المستوى المعلوم م فيقابل
هذا العمود المستوى المذكور في نقطة س فاذا انزل من هذه النقطة عمودان
س و س' على اثرى المستوى م حدث في الفراغ مثلثان
س و س' متساويان لان فيهما ضلعا مشتركا وزاويتين
متساويتين فيكون $\angle س = \angle س'$ والزاوية $\angle س = \angle س'$ ومنه
يحدث زاوية $\angle ع = \angle ع'$ انظر (بند ١١٨) فيثبت يكون المثلثان
 $\triangle ع و ع'$ متساويين فينتج بالضرورة ان الزاوية $\angle ع = \angle ع'$
وبحسب وقوع العمودين س و س' على ق و ر في جهتين
مختلفتين من خط الارض خ ض اوفي جهة واحدة منه يصنع الاثران
زاويتين متساويتين مع جزء واحد من خط الارض اومع جزئين مختلفين منه
وقد ينطبقان في الحالة الاخيرة واذا كان المستوى المعلوم موازيا لخط الارض
يكون اثرهما موازيين ايضا خ ض وعلى بعد واحد منه بحيث انهما لو وجدوا
في جهة واحدة منه لانتطبقا على بعضهما

* (وثانيا) * ان يقال من الواضح في صورة ما اذا كان المستوى موازيا لخط
الارض كما في (الشكل ١١٠) ان اثرهما لا يبدوان يوجدان على بعد واحد من
خ ض لانه اذا امتد في المستوى م عمود ا ج على خ ض لصار عمودا
كذلك على كل من الاثرين ق و ر فيكون حينئذ المثلث الحادث
ا و ج متساوي الساقين ومنه ينتج $\angle ا = \angle ج$ اذا تقرره هذا يدور
المستوى م حول ا ج الى ان يقطع خط الارض في نقطة منه ع
فيكون المثلثان ا و ج و ج و ع متساويين لان فيهما زاويتين متساويتين
محصورتين بين اضلاع متناظرة متساوية فتكون الزاوية $\angle ا ع و = \angle ج ع و$
ويحدث ايضا من المستوى م مع مستويي المسقط زاويتان متساويتان

* (المسئلة السادسة والعشرون) * اذا كان المطلوب امرار مستو صانع زاوية معلومة α مع المستوى الافقى من مستقيم معلوم يقال
اذا كان المستقيم المعلوم ω وكافى (الشكل ١١١) يلزم ان يكون اثر المستوى μ المطلوب مارين بالاثرين α و β الافقى والرأسى للمستقيم و كل بنظيره اذا تقرر هذا يمد من النقطة β محور رأسى α ويفرض ان المستوى μ دار حول هذا المحور الى ان صار عمودا على المستوى الرأسى فلا يزال اثره الرأسى α مارا بالنقطة β حتى يصنع مع α ض الزاوية α ويرجع المستوى المذكور الى وضعه المشغول به في الفراغ ترسم النقطة γ التى هى تقاطع اثرى المستوى μ على المستوى الافقى دائرة γ لا يزال الاثر α مماسا لها فينتزعا من النقطة α مماس للدائرة γ كان هذا المماس هو الاثر α للمستوى ثم لا بد وان يمر α بالنقطة β ويقابل خط الارض α ض فى عين النقطة التى قابله فيها الاثر α فذا كان الاثر α لا يقابل خط الارض α ض فى حدود الرسم امكن ايجاد نقطة اخرى من α بان تؤخذ نقطة ما على المستقيم ω ويمد منها افقى للمستوى μ
* (تنبيهه) * لا يمكن حل هذه المسئلة بتغيير مستو وهذا يثبت ما قررناه فى آخر (بند ٦٩) ومع ذلك فلو كان المستقيم المعلوم اثرافقى للمستوى المطلوب لا يمكن استعمال احدى الطريقتين بدون اختيار احدهما عن الاخرى لانه اولواخذ محور α اياتا كان لرجعت النقطة γ فى γ ولزم رسم الاثر α صانع مع α ض الزاوية α ومنه تعلم نقطة β من الاثر α وثانيا لو اخذ مستو رأسى عمودا على α لصنع الاثر الرأسى α مع خط الارض α ض الزاوية α ثم بتغيير المستوى الرأسى وجعل

خ ض خط الأرض ياتيح

* (١٢٤) *

إذا فرض أن المستقيم و لا يقابل مستوي المسقط في حدود الرسم كما في
(الشكل ١١٢) أمكن أن يتصور في المستوى المطلوب م خط اعظم ميلا
ط مار نقطة ما م من المستقيم و فاذا دُور حول محور رأسي أ
مار بالنقطة م حتى وازى المستوى الرأسى صنع مسقطه الرأسى ط مع
خط الأرض خ ض الزاوية ا ووجد اثره الافقى في أ ورجوعه الى
وضعه الاول يرسم هذا الاثر الدائرة ج وترسم نقطة اخرى د مأخوذة
حينما اتفق على ط دائرة ج كأنه في مستوا فى س قاطع للمستقيم و في
نقطة - منها يمر افقى ب من المستوى المطلوب م مماس للدائرة ج
المذكورة لان هذا الافقى لا بد وان يمر بالنقطة د التى هى نهاية نصف قطر الدائرة
ج وان يكون عمودا على الخط الاعظم ميلا ط انظر (بند ٣٧) فيشذ
يكون ن مماسا للدائرة ج وموازيا ب وقد يتحصل لسانقطنان
م م من الاثر الرأسى رأ بواسطة افقيين م و ر للمستوى
م مارين بنقطتين حينما اتفق م و ر من المستقيم و

* (١٢٥) *

* (المسئلة السابعة والعشرون) * اذا كان المطلوب ايجاد مستو مار من نقطة
معلومة وصانع مع المستوى الافقى زاوية ا ومع المستوى الرأسى زاوية ب
يقال

يؤخذ كما في (الشكل ١٠٨) محورا ا على المستوى الرأسى
ويدور المستوى المطلوب م حول هذا المحور حتى يصير عمودا على المستوى
الرأسى فيصنع اثره الرأسى ر مع خط الأرض الزاوية ا ثم يمد هذا الاثر
من نقطة ما من خ ض فيتحصل منه نقطة - من الاثر ر اذا فرض

محور آخر α في المستوى الافقي ودور المستوى μ حول المحور المذكور
 α حتى صار رأسيا فلا بد وان يحدث من الاثر Γ مع χ زاوية
 β ومع ذلك فلو انزل من النقطة α أو α' عمودان على الاثرين Γ و Γ'
 لكنا متساويين انظر (بند ١٢١) فينتز يكون الاثر Γ مماسا
 للدائرة المرسومة من المركز α بنصف القطر $\alpha\Gamma$ ثم يقابل الاثر Γ' المحور
 α في النقطة α' من الاثر الافقي Γ' فلو ارجع الآن المستوى μ الى
 وضعه الاصلي رسمت النقطة ϵ التي هي تقاطع اثريه دائرة حول المركز α
 وحينئذ يد من النقطة α مماس لهذه الدائرة يكون هو الاثر المطلوب Γ
 ومنه يتحصل Γ الذي لا بد وان يمر بالنقطة β ولو ارجع ايضا
 المستوى μ الى الوضع μ رسمت النقطة κ التي هي تقاطع اثريه قوس
 دائرة يجب ان يكون الاثر Γ مماسا له وبهذه الكيفية يتحصل معنما مستو
 يصنع مع مستوي المقسط الافقي والرأسي زاويتين α و β فلم يبق
 علينا في حل هذه المسئلة التي نحن بصدد حلها الا امرار مستو مواز للمستوى μ
 من النقطة المعلومة انظر (بند ٣٨)

(١٢٦)

(المسئلة الثامنة والعشرون) اذا كان المطلوب ايجاد الاثرين الرأسيين
 لمستويين معلوم اثراهما الاقيان والزاويتان الحادثتان منهما مع المستوى
 الافقي يقال

ليكن Γ و Γ' الاثرين الاقيين المعلومين كافي (الشكل ٩٣) فاذا اخذنا مستو
 رأسي عمودا على المستوى μ لزم ان يصنع الاثر الرأسى Γ'' مع خط الارض
 χ زاوية α واذا اخذنا ايضا مستو آخر رأسي عمودا على المستوى
 Γ' حدث من الاثر الرأسى Γ'' مع χ زاوية β فلم يبق علينا

الانسبة المستويين المعلومين م و ك الى مستو واحد رأسي قاطع للافتق
في خض وحيث كان الاثران الاقيان ق و ك لا يتغيران يمكن ايجاد
الاثرين الرأسين ر و ر بواسطة استعمال افتق مأخوذ على شكل من
المستويين المذكورين انظر (بند ٤٧)

* (المسئلة التاسعة والعشرون) * اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الواقعة بين
مستويين يقال

يمكن حل هذه المسئلة بطرق مختلفة تبين بعض ما نقول

* (اولا) * قد علمت كيفية ايجاد الزاوية الحادثة من مستومع مستويي المسقط من
(بند ١٢٠) فعلى هذا يمكن ان يؤول الامر الى هذه المسئلة بجعل احد المستويين
المعلومين مستويا جديدا للمسقط او بتطبيقه على احد المستويين الاصليين
وتحصيل ذلك يكون باستعمال احدى الطرق الاربع المعلومه في (بند ٧٦)
ولم اين هذا الحل هنا لاجل التمرن عليه مع كونه قد تقدم في هذا الكتاب عدة
عمليات مثل هذه

* (وثانيا) * اذا كان المستويان المعلومان عمودين على احد مستويي المسقط
فلا بد وان يحدث من اثرهما على المستوي المذكور زاوية مساوية للزاوية
الحادثة من المستويين فحينئذ يكون تقاطع المستويين في هذه الصورة عمودا
على مستويي المسقط ويكفي لجعل الشكل في هذا الوضع المخصوص جعل تقاطع
المستويين عمودا على احد مستويي المسقط ويلزم لذلك تغييرا مستويين كما في
(بند ٥١) او حركة دوران كما في (بند ٦٣) او تغيير مستو ثم حركة دوران
او حركة دوران ثم تغيير مستو وفي كل حالة يلزم اولا معرفة تقاطع المستويين
وقد عرفت كيفية ايجاده فيما تقدم اذا تقرر هذا يقال اذا اريد اولا استعمال تغيير
مستويين كما في (الشكل ١١٣) فليكن م و ك المستويين
المعلومين باثارهما الاقيين والرأسين ق و ر و ق و ر

و γ تقاطعها المعلوم بمسقطيه γ و γ ولجعل هذا التقاطع عمودا على
المستوى الافقى يؤخذ اولاً بدل المستوى الرأسى للمسقط الموازى للتقاطع γ
المستوى المسقط افقياً لهذا المستقيم بحيث يكون خط الارض $\chi\psi$ عين المسقط
 γ للتقاطع ولو بحث عن مسقط التقاطع γ على هذا المستوى الجديد لكان
المسقط هو التقاطع بعينه ودل ايضا على γ ثم يؤخذ مستواً افقياً عموداً على
المستقيم γ فيصير بالضرورة $\chi\psi$ عموداً على γ ويكون مسقط المستقيم γ
على هذا المستوى الجديد نقطة γ من خط الارض الجديد مشتركة بين الاثرين
الجديدين γ و γ ويلزم ايجاد نقطة اخرى من γ كل من هذين الاثرين
فيستعمل لذلك رأسى γ من المستوى γ اثره الافقى γ على المستوى
القديم $\chi\psi$ على بعد γ من خط الارض هذا وحيث ان يكون اثره على
المستوى الجديد الافقى $\chi\psi$ على بعد واحد بالضرورة من هذا الخط
الارضى ايضا فيكون ذلك الاثر فى النقطة γ المنتسبة الى γ انظر
(بند ٢٨) ولو استعمل ايضا رأسى γ من المستوى γ لتحصل منه
نقطة γ من الاثر γ ثم ان الزاوية γ الحادثة من الاثرين الاقيين
 γ و γ هي الزاوية المطلوبة الحادثة من المستويين γ و γ
(ثالثاً) يمكن ابدال احد تغيرى المستويين بحركة دوران فيبدل التغير
الثانى كافى (الشكل ١١٤) ويلزم فى هذه الحالة بعد ايجاد المستقيم γ
الذى ينطبق على الاثرين γ و γ تدوير جلة الشكل حول محور γ
عمود على المستوى الرأسى الى ان يصير γ رأسياً فلو فرض رأسى γ
من المستوى γ ورأسى γ من المستوى γ لبقيا دائماً فى مدة الدوران
على بعد واحد من المستوى الرأسى وبقي ايضا مسقطاهما الرأسيان على بعد واحد
من المستقيم γ انظر (ثالثاً من بند ٥٦) وليؤخذ فى هذا الشكل

المحور α مارا بالاثـر μ للرأسي μ قسـب حيثـه هذه النقطة دائما
الى الاثر الافقي للمستوى μ وبانزال α عن μ على μ تشغل
النقطة μ الوضع μ وتكون ايضا المسقط μ وبالوصل بين μ و μ
يتحصل الاثر μ وبصير ايضا للرأسي μ في μ فيعين النقطة μ أو μ
من الاثر μ الذي لا بد وان يمر ايضا بالنقطة μ أو μ

فحينئذ تكون الزاوية الحادثة من المستقيمين μ و μ مساوية للزاوية المطلوبة
الحادثة من المستويين μ و μ
(ورابعا) يمكن عكس ما تقدم اى ابدال التغيير الاول للمستوى بحركة
دوران ولسهولة تركيب الشكل على مقتضى هذه الحالة لم يرسم هنا

(وخامسا) يمكن حل المسئلة بحركتي دوران كما في (الشكل ١١٥)
فبواسطة حركة دوران اولى حول محور رأسي α يختار مارا بالاثـر الرأسي
للتقاطع μ للمستويين μ و μ يجعل هذا التقاطع موازيا

للمستوى الرأسي فينتقل μ في μ على μ راسما زاوية
 $\alpha = \mu$ فحينئذ يجب ان ترسم جميع نقط المستويين μ و μ

زوايا مساوية للزاوية في المذكورة وان يتخذ الاثران μ و μ مع μ
المعين بالنقطتين α و μ وان يمر الاثران μ و μ بالنقطة α ويمكن

لأجل إيجاد نقطة اخرى انزال العمودين α و μ على الاثرين

μ و μ ثم يبحث عن الوضعين الجديدين للنقطتين μ و μ فتوجد
النقطة μ بأخذ قوس μ مساو لقوس μ من محيطه و μ محصورا

في الزاوية في فيحصل الاثر μ واما النقطة μ فحيث كانت في هذا

الشكل قريبة جدا من النقطة α يكون نصف القطرين α و μ

متساويين تقريبا فيعسر حينئذ تعيين الوضع الجديد للنقطة ع ولكن يجعل أ
مركزا واخذ نصف قطر حيثما اتفق أكبر من أ ع يرسم قوس دائرة ج
يقطع ق في النقطة ج و ي في النقطة ج فيتعين وضع النقطة ج
بعد الدوران باخذ ج ج = ج ج ويلزم ان يمر الاثر ق بالنقطتين
أ و ج

ثم ندور الآن بجهة الشكل حول محور ب عمود على المستوى الرأسى حتى
يصير التقاطع ي رأسيا وقد يختصر تركيب الشكل بهذه المحاور من النقطة
أ فيصير المستقيم ي في الوضع ي رأسيا زاوية ب يجب ان ترسمها
جميع اجزاء المستويين م و ك ويتحدد الاثران الرأسيان م و ك مع
ي ولا ييجاد الاثرين الاقبيين ق و ق يستعمل رأسى لكل من المستويين
وليكن م الرأسى المأخوذ في المستوى م و ط الرأسى المأخوذ
في المستوى ك ويجعل ب مركزا واخذ نصف قطر حيثما اتفق ترسم

دائرة ج ج تقطع م في النقطة م و ط في ط وبواسطة المسقطين
الاقبيين م و ط للنقطتين م و ط المفروضة اثرا اقلييا للمستقيم ط
ثم اخذ م و م = ط ط = ج ج المسقطان الرأسيان

الجديدان يحدث م و ط للنقطتين م و ط ويتحصل من ذلك ايضا
مسقطاهما الاقبيان م و ط وهما ايضا المسقطان م و ط لرأسى
المستويين ولم ترسم هذين المسقطين الاخيرين على الشكل لعدم تعقده ولعدم
الاحتياج لذلك وحيث كان المستويان م و ك الآن رأسيين لزم
ان يمر اثرهما الاقبيان ق و ق على التوالي بالنقطتين م و ط وان
يمر ايضا بالنقطة أ وحينئذ يتم تعيينهما فيحدث من الاثرين ق و ق

زاوية α بها تقاس الراوية المطلوبة الحادثة من المستويين m و k
 * (سادسا) * ان الزاوية الحادثة من مستويين تقاس بالزاوية الواقعة بين عمودين
 قائمين على خط تقاطع المستويين من نقطة واحدة منه كل منهما
 في مستوي يكونان في مستوي s عمود على y كما في (الشكل ١١٦)
 وحيث كان هذا المستوى اختياري بعد الاثر q عمودا على y
 من نقطة مامنه فيقطع الاثرين q و q' في النقطتين m و k
 اللتين هما اثرا المستقيمين اللذين زاويتهم عين زاوية المستويين m و k
 ولاجل تطبيق الطريقة المعتادة المتقدمة في (بند ١١٥) على
 هذه الحالة يؤخذ y خطا ارضيا xz ويبحث عن المستقيم y
 على هذا المستوى الرأسى ومن حيث ان r لابد وان يكون عمودا على y
 يتحصل انما النقطة s وهى رأس الراوية المطلوبة α فاذا طبقت على
 النقطة s كانت الزاوية المطلوبة هى $s-s'$ وبدل ايجاد الرأس s
 بتغير مستوي yz ايجادها بحركة دوران بان يدور الرأس xz
 حول اثره الرأسى s لينطبق فتنتقل النقطة α الى α' والنقطة
 و الى z والتقاطع y الى y' والعمود rs الى rs' ثم يؤخذ

$$r' = rs' \text{ و } s' = s \text{ في فتوجد النقطة } s' \text{ ومنه تنتج}$$
 الزاوية $s-s'$

* (تنبيه) * طريقتنا هذه عين التي استعملها مؤلفوا كتب الهندسة
 الوصفية ولا فرق بينهما في شئ بل ربما علم بمقابلتهما ان الطريقة التي استعملناها
 توخها وتسهل معرفتها

وقد يستحسن التنبيه على ان $rs' = s' = rs$ و $rs' = rs$ ضلع من
 الزاوية القائمة في مثلث قائم الزاوية $s-s'$ او $rs' = rs$ وتره $rs = rs'$
 وينتج منه ان الرأس s لابد ان تكون دائمتين و α فتكون

الزاوية $\text{سم} \text{س} \text{سم} < \text{سم} \text{ا} \text{سم}$

* (وسابعا) * يشاهد من الطريقة المتقدمة ان الزاوية المطلوبة معلومة بالمثلث $\text{سم} \text{س} \text{سم}$ المعلوم منه الضلع $\text{سم} \text{سم}$ ويمكن البحث عن الضلعين الآخرين بتطبيق المستويين $\text{م} \text{و} \text{ك}$ وإيجاد التقاطع ي على هذين التطبيقين وانزال عمودين على هذا التقاطع من النقطتين $\text{سم} \text{و} \text{سم}$ فيتوصل الى رسم مثلث معلومة منه اضلاعه الثلاثة ويجب التفطن الى ان القوسين المرسومين من النقطتين $\text{سم} \text{و} \text{سم}$ يجعل الضلعين الموجودين من المثلث نصف قطر لا بد وان يتقاطعا في نقطة من المسقط ي وسنتهز فرصة تبين هذه العملية في حل مسألة اخرى

* (وثامنا) * اذا تقاطع مستويان يصنعان اربع زوايا اثنتان حادتان متساويتان واثنتان منفرجتان متساويتان والزاوية الحادة هي المسماة بزاوية المستويين مالم تعين الجهة التي تكون فيها هذه الزاوية محسوبة فعلى هذا اذا انزل من نقطة اختيارية عمودان على المستويين صنعنا ايضا زاويتين حادتين وزاويتين منفرجتين كلاهما مساو لمجانسه من الزوايا الاربع الواقعة بين مستويين فيمكن حينئذ إيجاد زاوية المستويين بان ينزل عمودان من نقطة واحدة على كلا المستويين المفروضين كما في (بند ٨٢) ثم يبحث عن الزاوية الواقعة بين هذين العمودين كما في (بند ١١٥) وعلى اى حال فلو انزل من نقطة مأخوذة داخل زاوية زوجية عمودان على وجهى هذه الزاوية لحدث بينهما زاوية متممة للزاوية الزوجية

ولا تحتاج هذه الطريقة الاخيرة الى معرفة تقاطع المستويين الذي لا تنكر فائدته في بعض الاحوال لانه ربما كان هذا التعيين مقتضيا لعمليات مشكلة جدا كما حصل ذلك في بعض الاحوال

* (١٢٨) *

* (المسئلة الثلاثون) * اذا كان المطلوب قسمة الزاوية الواقعة بين مستويين الى قسمين متساويين يقال

* (اولا) * اذا فرض وجود المستوى القاسم كافي (الشكل ١١٦)
 كان مقطوعا بالمستوى S في مستقيم $س هـ$ عمودا على التقاطع $ي$
 في النقطة $س هـ$ وكان اثره الاثافي على $ق$ وقاسما للزاوية $ا$ او
 $س هـ$ الى قسمين متساويين فينتج من ذلك انه يلزم بعد ايجاد الزاوية
 المنطبقة $س هـ$ كافي (سادسا من بند ١٢٧) قسمتها الى قسمين
 متساويين بمستقيم قاطع للاثر $ق$ في نقطة $ن$ يجب ان يمر بها وبالنقطة
 $ا$ الاثر الاثافي للمستوى المطلوب S وان يمر بالنقطة $س هـ$ اثره
 الرأسي

* (وثانيا) * اذا انطبق المستويان $م$ و $ك$ على المستوى الاثافي كافي
 (الشكل ١١٧) باستعمال الطريقة الثانية المعلومة في (بند ٧٦)
 انتقل تقاطعهما $ي$ في $ي$ ثم في $ي$ فاذا فرض في كل من المستويين
 $م$ و $ك$ مستقيم على بعد واحد من التقاطع $ي$ صار المستقيم $ا$
 الكائن في المستوى $م$ في $ا$ الموازي $ي$ بعد انطباق هذا المستوى وصار
 ايضا المستقيم $ب$ في $ب$ الموازي $ي$ بعد انطباق المستوى $ك$ المشتمل
 على $ب$ وقطع المستقيمان $ا$ و $ب$ على التوالي الاثرين $ق$ و $ك$
 في نقطتين $س هـ$ و $س هـ$ فينتج ان يكون $س هـ$ الاثر الاثافي للمستوى
 (ا ب) واذا قسم $س هـ$ الى قسمين متساويين في نقطة $ن$ لا تنسبت
 هذه النقطة والنقطة $ا$ الى الاثر الاثافي $ق$ للمستوى القاسم S المشتمل
 زيادة عن ذلك على خط مواز لخط التقاطع $ي$ ومار بالنقطة $ن$ ولهذا الحل
 كما هو ظاهر شدة مناسبة للحل الذي ذكر في (بند ١١٦) لاجل ايجاد قاسم
 زاوية المستقيمين الى قسمين متساويين بدون البحث عنها وذلك ان النقطة $هـ$
 والنقطة $د$ الكائنتين على المستقيمين على بعد واحد من نقطة تقاطعهما $م$
 في حل (بند ١١٦) مبدلتان هنا بالمستقيمين $ا$ و $ب$ الكائنتين
 في المستويين على بعد واحد من تقاطعهما $ي$ وان النقطة $هـ$ التي هي

* (١٠٩) *

في النقطة $س$ فاذا رسمت دائرة يجعل النقطة $و$ مركزا وجعل
 $وس$ نصف قطر ومن النقطة $ا$ مد مماس $ي$ لهذه الدائرة واقم عمود
 $ر$ على $ي$ واخذ $ر = ر = ر$ فحصلت النقطة $س$ وهي
نقطة تقابل الاثرين $ر$ و $ر$ ومن البين ان الزاوية $ر$ لا يلزم ان تكون
اصغر من $س$ ا $ص$ فاذا كانت مساوية لها كان المستويان رأسيين ويشاهد
ان لهذه المسئلة ايضا حلان من حيث انه يمكن مد خطين من النقطة $ا$ مماسين
للدائرة المذكورة

* (١٣٠) *

* (المسئلة الثانية والثلاثون) * اذا كان المطلوب امرار مستو $ك$ من
مستقيم $ي$ كائن على مستو معلوم $م$ يصنع مع المستوي $م$ زاوية $ا$
يقال

يبد $ق$ عمودا على $ي$ كافي (الشكل ١١٦) وبعين التقاطع $ي$
على المستوي الرأسى $خ$ $ص$ وينزل عمود $وس$ على $ي$ ويجعل
 $وس = وس$ ويرسم $س$ $س$ ثم $ص$ $س$ صانعا مع $س$ $س$
الزاوية $ا$ وتنسب النقطة $ص$ الى الاثر $ق$ الذي يجب ان يمر ايضا بالنقطة $ا$
ثم يمد الاثر $ر$ من النقطة $ك$ الى النقطة $س$ ولهذه المسئلة ايضا حلان
فانه يمكن رسم $ص$ $س$ من كل من جهتي $س$ $س$

* (في اقصر الابعاد) *

* (١٣١) *

* (المسئلة الثالثة والثلاثون) * اذا كان المطلوب ايجاد اقصر بعد من نقطة
الى اخرى يقال

هذا البعد مقيس بمستقيم هاتين النقطتين وبهذا يتوصل الى ايجاد
الطول الحقيقي لجزء مستقيم محصور بين نقطتين معينين وحيث ان قد

يكون اولا المسقط الرأسى مساويا للمستقيم الفراغى اذا كان هذا المستقيم موازيا للمستوى الرأسى انظر (اولا من بند ٥٦) ولذلك يؤخذ مستو جديد رأسى موازيا للمستقيم وليختار المستوى المسقط له اقربا لما فيه من السهولة والاختصار فيئذ لا يكون خط الارض خَصَّ كما فى (الشكل ١٠٦)

سوى المسقط الافقى و للمستقيم و فاذا انزل على هذا الخط عودان
م م = م و و م = ع و وصل بين م و يحدث لنا
المستقيم و المطلوب واذا مد من القطة خط ط موازيا للمسقط
الافقى و حدث مثلث قائم الزاوية م ط ضلعه ط يساوى المسقط
الافقى م و م ط يساوى فاضل ارتفاع النقطتين م و عن
المستوى الافقى او يساوى وم - ع انظر (اولا من بند ٥) ووتر
المثلث المذكور هو مقدار طول المستقيم المطلوب ومن هنا ينتج رسم المستقيم
المطلوب بسهولة

(وثنانيا) * قد يكون المستقيم و معلوماً بمسقطه الافقي اذا كان موازياً للمستوى الانقي فيمكن حينئذ تغيير المستوى الافقي لجعله موازياً و وليختصر لاجل السهولة المستوى المسقط رأسياً لهذا المستقيم فيكون خط الارض $\text{خ} \text{ص}$ متعامداً مع و ويلزم ان يؤخذ على عمودين على هذا الخط $\text{م} = \text{وم}$ و $\text{ع} = \text{وع}$ وبأخذ خط م ل موازاً و يحدث مثلث قائم الزاوية م ل و وتره ايضاً مقدار طول المستقيم و واحد ضلعي زاويته القائمة م ل مساو للمسقط الرأسى م و والآخر ل و مساو لفاصل بعدي النقطتين م و عن المستوى الرأسى يعنى مساو $\text{ع و} - \text{وم}$ انظر (ثانياً من بند ٥)

* (والتأثبات) * يمكن بدل جعل المستقيم و موازيا للمستوى الرأسى بتغيير

المستوى الرأسى تدوير المستقيم حول محور رأسى الى ان يصل الى هذا الوضع
كما فى (بند ٦١) وليختلر السهولة المحور مارا باحدى النقطتين
المعومتين م فيصير المستقيم حينئذ فى الوضع و ويعلم مقدار طوله الحقيقى
بالمسقط و

* (ورابعا) * يمكن جعل المستقيم و موازيا للمستوى الافقى بتدويره حول
محور أ عمود على المستوى الرأسى وليختلر مارا بالنقطة و حينئذ يصير
المستقيم و المذكور فى الوضع و ويعلم مقدار طوله الحقيقى بمسقطه
الافقى و

وباستعمال الطرق الاربع المذكورة على نفس هذا الشكل يلزم ان يكون

$$م = م = م = م$$

* (١٣٢) *

* (المسئلة الرابعة والثلاثون) * اذا كان المطلوب ايجاد البعد بين اثرى
مستقيم يقال

هذه المسئلة لا فرق بينها وبين المتقدمة ويكفى فى حلها اخذ النقطتين
ا و ب بدل النقطتين م و و المأخوذتين اختيارا فى المسئلة
المتقدمة وحينئذ فتحل باستعمال نفس الطرق التى حلت بها المسئلة المتقدمة
فيقال

* (اولا) * اذا اخذ المسقط و كما فى (الشكل ١٠٥) خطا ارضيا
جديدا يوجد المستقيم و على هذا المستوى الجديد الرأسى وتنسب النقطة
ا حينئذ الى هذا المستقيم

* (وثانيا) * اذا ابدل المستوى الافقى واخذ و خطا ارضيا جديدا يوجد
المستقيم و

* (وثالثا) * اذا دؤر المستقيم و حول المحور ا بصير فى الوضع و

* (ورابعا) * اذا دور المستقيم المذكور حول المحور α بصير في الوضع ω فينتج بالضرورة

$$a = a = a = a$$

وكل من هذه الخطوط الاربعة يدل على طول المستقيم ω

* (١٣٣) *

* (المسئلة الخامسة والثلاثون) * اذا كان المطلوب مد مستقيم معلوم الطول من نقطة m كائنة على مستو معلوم m الى الاثر الافقي لهذا المستوى يقال

اذا علم المسقط الافقي m للنقطة المفروضة كما في (الشكل ١١٨) يستنتج منه مسقطها الرأسى m انظر (بند ٢٩) بان يمد من هذه النقطة افقي τ من المستوى m ثم يفرض اولا المستقيم ω في وضعه الاصلى ويدور حول محور رأسى α حتى يوازي المستوى الرأسى فينسط على هذا المستوى في طوله الحقيقى l انظر (اولا من بند ٥٦) ويبقى مسقطه الافقى في رجوعه دائما على طول واحد يجب ان ينتهى بالاثـر q فتكون النقطة a التى يقابل فيها ذلك الاثر q الدائرة j نقطة من المستقيم فيتعين وضعه حينئذ تعين اتماما ويوجد حل آخر فى b ولو مست الدائرة j الاثر q لم يكن للمسئلة الاحل واحد ولو كان المستقيم α اقصر من العمود النازل من α على q لم يكن للمسئلة حل اصلا

* (وثانيا) * قد يتفق كما في (الشكل ١١٩) ان المستقيم l المار من النقطة m لا يقابل خط الارض χ ض الا خارج حدود الرسم ولتنبيه في هذه الحالة على انه يمكن تقسيم المستقيم ω الى اجزاء متساوية وان يتصور امرار مستويات افقية من نقط المستقيم قاسمة جزء المحور α المحصور بين النقطة m

والمستوى الافقي للمسقط الى اجزاء متساوية عدتها كعدد اجزاء المستقيم $و$
 وقاطعة للمستوى $م$ في اقصيات متساوية البعد عن بعضها ثم يقسم ارتفاع
 النقطة $م$ الى قسمين متساويين ويرسم مستواً في $س$ يقطع المستوى $م$
 في افقي $ر$ وتجري بالنسبة لهذا الافقي العملية التي اجريت بالنسبة لخط
 الارض بان يؤخذ $\frac{1}{2}$ $ل$ بالابتداء من النقطة $م$ الى المسقط الرأسى $ر$
 للافقي فيحصل المستقيمان $و$ $و$ $ب$ الكافيان في حل المسئلة

(وثالثاً) يمكن حل المسئلة المذكورة بتطبيق المستوى $م$ على المستوى
 الافقي كما في (الشكل ١٢٠) او يجعل هذا المستوى احد مستويي المسقط
 وذلك باستعمال احدى الطرق الاربع المعلومه في (بند ٧٦) ولنجرى هنا
 الطريقة الثانية ورسم اشكال الثلاث الباقية مهمل فنقول

ان النقطة $م$ تصير منطبقه في $م$ ويجعل هذه النقطة مركزاً واخذ
 نصف قطر مساو للطول $ل$ يرسم قوس دائرة يقطع $ق$ في نقطتين
 $س$ $و$ $ص$ بإصاليهما بالنقطة $م$ يتحصل المسقطان الافقيان
 $ب$ $و$ $و$ للمستقيمين $ب$ $و$ $و$ الكافيين في حل المسئلة ويستنتج منهما
 المسقطان الرأسيان لهذين المستقيمين انظر (بند ٢٨)

وبمثل ذلك تحل مسئلة مد مستقيم معلوم الطول من نقطة $م$ الى
 مستقيم معلوم الوضع فيكفي امر ار مستو من المستقيم المعلوم والنقطة
 $م$ وتطبيق هذا المستوى وايجاد النقطة $م$ والمستقيم المعلوم عليه ثم
 رسم المستقيم المطلوب على هذا المستوى المنطبق ثم يرجع بعد ذلك الى مسقطي
 هذا المستقيم

وبمثل ذلك تحل مسئلة مد مستقيم من نقطة معلومة $م$ يصنع زاوية معلومة
 مع الاثر الافقي او مع مستقيم قائم المستوى $م$

* (المسئلة السادسة والثلاثون) * اذا كان المطلوب ايجاد اقصر بعدين نقطة ومستقيم يقال

ان هذا البعد كناية عن العمود النازل من النقطة المذكورة على المستقيم ثم يقال * (اولا) * يمكن حل هذه المسئلة بامرار مستو م من المستقيم المعلوم و ومن النقطة المعلومه م وتطبيقه على المستوى الافقى انظر (بند ٧٦) ثم انزال عمود ن من النقطة م على و فيكون هو البعد المطلوب فاذا اريد معرفة مسقطيه ارجعت النقطة م الى تقاطع العمود ن مع و في الوضع م على المستقيم و بمحركة دوران عكس حركة دوران الانطباق

* (وثانيا) * يمكن بدل تطبيق المستوى (وم) كما في (الشكل ١٢١) على المستوى الافقى تدويره حول احد اقصياته حتى يصير اقصيا ثانيا يراى الافقى من النقطة م وحيث يدير ا بالنقطة م و يوازي خ ض فيقابل و في نقطة م ويستنتج من ذلك م ثم ا ولاجل تدوير المستوى (وم) حول ا معتبرا محورا يلزم اولا ان يؤخذ مستورا سى خ ض عمودا على هذا المحور كما في (بند ٧٣) فيوجد على هذا المستوى المسقطان م و ومن الواضح ان النقطتين م و س يتحدان مع النقطة ا التى هى المسقط الرأسى للمعور وان المستقيم ا ا يصير الاثر الافقى ق ثم يدور المستقيم و حتى يصير اقصيا ولا يتغير موضع النقطة م مدة الدوران فينتج ان يكون مسقطه الرأسى موازيا خ ض و مارا بالنقطة م ولايجاد المسقط الافقى يؤخذ على المستقيم و نقطة ما م ترسم مدة الدوران دائرة ج وتصير فى الوضع م وبايصال م الى م يتحصل م فاذا انزل الان من النقطة م عمودا على و دل على المقدار الحقيقى للبعد الاقصر من النقطة م

الى المستقيم و فاذا اريد معرفة مسقطى هذا البعد الاقصر يقال ان العمود
 المذكور يقابل ^ن و في نقطة ^ن ومنها ينتج ^ن بواسطة مواز لخط الارض
 خ^ن ثم يتحصل ^ن و بإيصال مسقطى النقطة ^ن بمسقطى النقطة م
 يتحصل م^ن و م^ن وهما مسقطا البعد الاقصر الذى مقداره الحقيقى
 م^ن

وليتنبه الى انه اذا اخذ على المستوى الرأسى خ^ن المسقطان الرأسيان
^ن و ^ن للنقطتين ^ن و ^ن وجب لتحقيق الشكل ان يكون

$$م^ن = م^ن و م^ن = م^ن$$

* (وثالثا) * يمكن حل هذه المسئلة ايضا بتغييرى مستويين او حركتى دوران
 وذلك يتنبه الى انه اذا كان المستقيم و عمودا على المستوى الافقى كما فى
 (الشكل ١٢٢) كان العمود ن اقليبا ومساويا بالضرورة لمسقطه الافقى
 انظر (اولا من بند ٥٦) فيلزم حينئذ جعل المستقيم المذكور فى هذا
 الوضع الخاص به ويتوصل اليه اولا باخذ مستورا رأسى موازيا و ارمارابه
 ثم اخذ مستو افقى عمودا على و فيكون ن البعد المطلوب والرجوع الى
 مسقطى المستقيم ن على المستويين الاصلين يتنبه الى ان ن لا بد وان يكون
 موازيا خ^ن فيقابل المستقيم و في نقطة ^ن مسقطها الافقى
^ن ومنه ينتج ^ن فيتحصل من ذلك ن و ن ويسهل رسم شكل
 حل هذه المسئلة بحركتى دوران او حركه دوران وتغيير مستو

* (ورابعا) * يمكن بعد تغيير المستوى الرأسى للمسقط لجعل المستقيم و
 موازيا لهذا المستوى الجديد ان يلتفت الى ان العمود ن والمستقيم و حيث
 كانا عمودين على بعضهما فى الفراغ وكان احدهما و موازيا للمستوى الرأسى
 خ^ن يلزم ان يكون مسقطاهما الرأسيان ن و و عمودين كذلك على

بعضهما فيد حيثئذ من النقطة م عمود ن على و فيقابل المستقيم و
 في نقطة س مسقطها الافقي س على و وسقطها الرأسى س
 على و ويوصل بين س و م وبين س و م فيتحصل المسقطان
 ن و ن للبعد الاقصر المطلوب فلم يبق علينا الا معرفة طوله الحقيقى انظر
 (بند ١٣١)

(وخامسا) حيث كان العمود النازل من النقطة م على المستقيم و
 كفاى (الشكل ١٢٣) كائنا فى مستو م عمود على و ومار بالنقطة
 م يمكن رسم هذا المستوى كفاى (بند ٨٣) وبالبحث عن التقاطع س
 للمستقيم و مع المستوى م كفاى (بند ١١٠) والوصل بين س و م
 يتحصل المستقيم المطلوب الذى يوجد مقداره الحقيقى فى ن انظر
 (ثالثا من بند ١٣١)

ويمكن امرار المستوى المساعد من النقطة م فيكون تقاطعه ن مع
 المستوى م عين المستقيم المطلوب الذى جزؤه س م هو البعد الكائى بين
 النقطة م والمستقيم و فيكون الطول الحقيقى لهذا البعد ن
 فاذا لم يكن اثر المستوى س داخل حدود الرسم يعتبر هذا المستوى
 معلوما بالمستقيمين و و فيبحث عن تقاطعه مع المستوى م
 انظر (بند ١١١)

(المسئلة السابعة والثلاثون) اذا كان المطلوب ايجاد اقصر بعد من نقطة
 الى مستويقال

(اولا) ان هذا البعد يقاس بالعمود ن النازل من النقطة المعلومة م
 على المستوى المعلوم م فبناء على ذلك يكون المسقطان ن و ن
 عمودين بالتوالى على ق و ر كفاى (بند ٨١) وحيثئذ يكونان

معلولين وبالجاء عن التقاطع سم للعمود ن والمستوى م كما في
(بند ١١٠) يدل م سم الذي هو جزء هذا المستقيم على البعد المطلوب
ويرسم شكل ما ذكر بالسهولة

(وثانيا) اذا كان المستوى م عمودا على المستوى الرأسى يكون
المسقط الرأسى سم للنقطة س على ر انظر (ثانيا من بند ٥٦)
ويكون ايضا العمود ن موازيا للمستوى الرأسى ومساويا بالضرورة لمسقطه
الرأسى ن ولذلك يتوصل الى هذه الحالة المخصوصة بتغيير مستوى رأسى كما هو
واضح من الشكل ١٢٤

(وثالثا) يمكن ايضا ان يستعمل لذلك حركة دوران كما يدل عليه
الشكل ١٢٥ الذى أمر فيه اختصار المحور ا بالنقطة المعلومة م
ثم بالرجوع الى المسقطين الاولين يوجد سم و سم كل على انفراد فيلزم
حينئذ ان يكون هاتان النقطتان على عمود واحد على خط الارض خ ض
انظر (بند ٨) وهذا برهان على صحة الاعمال

(المسئلة الثامنة والثلاثون) اذا كان المطلوب ايجاد اقصر بعددين
مستقيمين ليسافى مستوا واحد يقال

اذا كان احدهما المستقيمين ا كما في (الشكل ١٢٦) عمودا على المستوى الافقى
يكون البعد الاقصر ن انقيا ومساويا بالضرورة ن ويكون زيادة على
ذلك ن في هذه الحالة المخصوصة عمودا على ب حيث كان ن عمودا على
المستوى الرأسى الذى اثره الافقى ب ويحصل هذا البعد الاقصر بالسهولة
ويمكن ان يتوصل الى هذه الحالة المخصوصة باربعة عمليات هي

(اولا) تغيير المستوى

(وثانيا) تغيير مستوي ثم حركة دوران

* (وثالثا) * حركة دوران ثم تغيير مستو
 * (ورابعا) * حركة دوران ولذا كرهذه الطرق على الترتيب فنقول
 * (ازلا) * ليكن A و B كما في (الشكل ١٢٧) المستقيمين المطلوب
 ايجاد اقصر بعد بينهما فيختار لترجيح المستقيم A ليصير في وضعه المتقدم مستو
 آخرافق عمودا على A الا انه لا يكون عمودا على المستوى الرأسى ولذا يؤخذ
 أولا مستو جديد رأسى للمسقط موازيا لهذا المستقيم A وليختار لاجل
 السهولة المستوى المسقط له وحيث يتحد $خض$ مع A وينتج منه المسقطان
 الرأسيان A و B انظر (بند ٤٦) ثم يؤخذ مستو جديد افق
 للمسقط عمودا على A ياخذ $خض$ عمودا على A فيوجد A و B
 ثم ينزل من A العمود $ن$ على B فيكون اقصر البعد المطلوب وينتهى
 على A و B بالنقطتين $صه$ و $سه$ اللتين تكون مساقطهما بالتوالى
 في $صه$ و $سه$ وفي $صه$ و $سه$ وفي $صه$ و $سه$ ثم في $صه$ و $سه$
 ومن ذلك يتحصل $ن$ و $ن$

* (وثانيا) * يمكن بعد تغيير المستوى الرأسى للمسقط كما ذكر تدوير جملة الشكل
 حول محور عمود على هذا المستوى الرأسى حتى يصير المستقيم A عمودا على
 المستوى الافقى ولاجل ذلك يليق مد محور الدوران من نقطة من المستقيم A
 وحيث صار هذا المستقيم بعد رسم الزاوية A في وضعه الجديد A يلزم تدوير
 المستقيم B بقدر نفس الزاوية A انظر (بند ٦١) ليصير في الوضع B فيكون
 العمود $ن$ النازل من A على B البعد الاقصر المطلوب ويكون $ن$
 موازيا $خض$ وتتحصل منه نقطتان $صه$ و $سه$ يتقاطع فيهما البعد
 الاقصر بالمستقيمين B و A فيترجيح هاتين النقطتين على B و A
 في النقطتين $صه$ و $سه$ يتحصل المسقطان $ن$ و $ن$ للبعد الاقصر

* (وثالثا) * اذا دُور المستقيمان α و β حول محور رأسي قاطع α حتى صار احدهما α في الوضع α موازيا للمستوى الرأسي رسم زاوية α وبتدوير المستقيم β بقدر هذه الزاوية ليصير في الوضع β كما في (بند ٥٩) ثم بانتخاب مستو جديد افقي للمسقط عمودا على α يلزم ان يكون α عمودا ايضا على α والمسقط الافقي لهذا المستقيم في نقطة واحدة α ويتحصل ايضا β انظر (بند ٤٦) فيكون البعد الاقصر المطلوب حيثئذ هو العمود α النازل من α على β وبعد ذلك يرجع كما تقدم الى ايجاد المسقطين α و β للمستقيم المذكور

* (ورابعا) * يمكن لاجل حل المسئلة بمركتي دوران ان يدور اولا المستقيمان α و β معا حول محور رأسي كما في الحالة المتقدمة ثم يدور كل من المستقيمين α و β حول محور عمود على المستوى الرأسي كما تقدم في الحالة الرابعة

ومن البين انه يمكن ايضا نصير المستقيم α عمودا على المستوى الرأسي يجعله اولا موازيا للمستوى الافقي ويسهل رسم اشكال جميع هذه الاحوال * (وخامسا) * يمكن ايضا حل المسئلة بدون احتياج الى ما سوى المستقيمين المفروضين في وضعهما المفروض مع ابقاء مستويي المسقط الاصلين وذلك انه يلزم اولا الالتفات الى ما تقر في الهندسة الاصلية من انه يمكن دائما مد عمود على مستقيمين α و β كما في (الشكل ١٢٨) ليسا في مستو واحد وانه لا يمكن الا مد عمود واحد وان هذا العمود المشترك هو اقصر بعد من نقطة من α الى نقطة من β قد شوهد ان العملية مبنية على مد مستقيم α من نقطة α من β موازا α وامرار مستو من α و β موازا α وانزال عمود α من نقطة α من α على هذا المستوى (ب α) وامرار مستو آخر من المستقيمين

أ و ط والبحث عن التقاطع γ للمستويين (ب أ) و (أ ط)
 وان يمد من النقطة δ التي هي تقاطع γ و ب مستقيم η مواز
 المستقيم ط ويقابل أ في نقطة ζ وهذا المستقيم η هو قياس
 البعد الأقصر المطلوب وكل تلك العمليات يلزم إجراؤها بواسطة
 المساقط

ولیکن أ و ب المستقيمين المعلومين كفاي (الشكل ١٢٩) فتؤخذ
 نقطة ما م على المستقيم ب ومنها يمد مستقيم أ مواز أ فيكون
 أ موازياً أ و أ موازياً أ ويمر مستو م من أ و ب فيمر
 ق من الاثرين الاقبيين أ و ب لتهدين المستقيمين ويمر ر بأثريهما
 الرأسين أ و ب ثم تؤخذ نقطة ما ه من أ وينزل من هذه النقطة
 عمود ط على المستوى م فيكون ط عموداً على ق و ط عموداً
 على ر وبامرار مستو ك بالمستقيمين ط و أ يمر ك بأثريهما
 الاقبيين ط و أ و ر بالأثر الرأسى أ وبالنقطة التي يقابل فيها
 ق خط الارض خض ومن حيث ان اثرى التقاطع γ للمستويين
 المذكورين م و ك في ع و ك يتعين ذلك التقاطع ومن حيث انه
 مواز أ يلزم ان يكون γ موازياً أ و γ موازياً أ اذا كانت
 الاعمال صحيحة ثم يقطع هذا التقاطع γ المستقيم ب في نقطة δ منها يمد
 المستقيم η موازياً ط الى ان يتلاقى مع أ في النقطة ζ فيكون هو
 البعد الأقصر المطلوب ويتحصل لنسافة مداره الحقيقي بدويره حول محور رأسى
 ماراً بالنقطة ζ حتى يصير في الوضع ن موازياً للمستوى الرأسى بحيث
 يكون مقداره الحقيقي معلوماً بالمسقط ن

ولست العملية العمومية المتقدمة ممكنة دائماً لانه قد يتفق ان لا يكون لاثرى

المستوى م نقطة داخل حدود الرسم ولكن من حيث انه لا يحتاج الى
الاثرين الا لا مكان مد العمود ط على المستوى م يمكن ابدال ق باق ما
يتحصل بقطع المستقيمين ا و ب بمستواقي وكذلك ابدال ر برأسى
للمستوى يتحصل ايضا بقطع هذين المستقيمين بمستو مواز للمستوى الرأسى
ويمكن ايضا اعتبار المستوى ك معينا تعينا كافيا بمستقيمين ا و ط
الا انه قد يتفق خروج العمود المشترك عن حدود الرسم وحيث لا يمكن ايجاده
الا بالرجوع الى الحالة الخصوصية المعتبرة اول الامر ويمكن باحدى الطرق الاربع
الاولية زيادة على ذلك ايجاد البعد الاقصر بين مستقيمين مادام داخل في حدود
الرسم وذلك انه يمكن اختيار مستوي المسقط الجديدين او محوري الدوران بحيث
تكون مساقط المستقيمين ا و ب واقعة في طرفي فرخ الرسم وهذه الطرق
مختارة ايضا في اعتبار رسمى لانه لا يوجد في تغيير المستويات الاقل الابعاد
المأخوذة بانفتحات البرجل وفي حركات الدوران الا كون الخطوط التي يجب
رسمها تقاطع على زوايا قائمة

(المسئلة التاسعة والثلاثون) اذا علم المستقيم ا والمسقط الافقى ب
لمستقيم آخر ب والمسقط ن لا قصر بعد ن بين ا و ب وكان
المطلوب ايجاد المسقطين الرأسين ب و ن لمستقيمي ب و ن
والمقدار الحقيقي للمستقيم ن يقال
حيث كان البعد الاقصر المذكور عمودا على المستقيم ا الذي يقابله في نقطة
معلومة سه يُعين المسقط ن بالطريقة المذكورة في (بند ٨٦) وحيث
ان المستقيم المذكور ايضا لا بد وان يكون عمودا على المستقيم ب الذي
يقابله في نقطة معلومة صه يوجد المسقط ب بالطريقة المذكورة وحيث
كان الطرفان سه و صه للبعد الاقصر ن بين المستقيمين ا و ب

* (١٢٢) *

معلومين يستنتج منهما المقدار الحقيقي لهذا البعد انظر (بند ١٢١)

* (١٢٩) *

(المسئلة الاربعون) * اذا علم مستقيم α والمستقط الافقي β مستقيم آخر β والمقدار الحقيقي للبعد الاقصر γ بين المستقيمين α و β والنقطة δ التي يقابل فيها γ المستقيم المعلوم α والمطلوب ايجاد المسقط الرأسى β' للمستقيم β ومسقطى البعد الاقصر γ يقال

من حيث ان المستقيم γ لابد ان يكون عمودا على المستقيم α كفاي (الشكل ١٣٠) يلزم ان يكون في مستو γ مار بالنقطة δ وعمودا على المستقيم α المذكور انظر (بند ٨٥) فاذا طبق هذا المستوى γ على المستوى الافقى صارت النقطة δ في الوضع δ' والمستقيم γ احد انصاف اقطار محيط الدائرة γ المرسومة بجعل النقطة δ' مركزا والمقدار المعلوم للمستقيم γ نصف قطرها واذا فرض المستقيم γ تابعا للمستوى γ في حركة الدوران علم وضعه ولزم ان يوجد اثره الانقى على γ ويعلم منه وضع المستقيم γ' فتتصل حينئذ النقطة δ' ويستخرج منها النقطة δ'' ولكن حيث كانت هذه النقطة δ'' موجودة بالضرورة على المستقيم β وعلى محيط الدائرة المنطبق في γ معا يبحث عن ايجاد المسقط β' للمحيط المذكور فيقطع β' في نقطتين δ'' و δ''' وهما المسقطان الاقيان للنقطتين الكافيتين لحل المسئلة ويتصل حينئذ المسقطان الاقيان γ' و γ'' ويستخرج منهما المسقطان الرأسيان γ' و γ'' ومنه يعلم δ'' و δ''' فلم يبق الا تعيين β' بحيث يكون المستقيم β المار بالنقطة δ'' عمودا على γ او تعيين γ' بحيث يكون المستقيم γ المار بالنقطة δ''

عودا على ط انظر (بند ٨٦) ويكون المستقيمان ب و و كافيين
في الشرط الذي هو دلالة نفس المستقيم ب^٢ على مسقطيهما الاقيين وكونهما
على بعد معلوم من المستقيم ا

لا يمكن رسم المنحنى ج^٢ هنا الا نقطة فقط ويتضح فيما سياتي ان هذا المنحنى
قطع ناقص فلا يمكن حيثئذ ان يقطع ب^٢ الا في نقطتين
فاذا كانت النقطة س غير معلومة امكن اخذها على المستقيم ا في اي
وضع كان وبشكلار العملية المتقدمة لكل من الاوضاع تحصل جملة مستويات
كالستوى م متوازية ويحدث حيثئذ من الدوائر كالدائرة ج المتساوية
سطح اسطوانى مستدير محوره المستقيم ا وجميع نقط ب^٢ المحصورة في المسقط
الافقى لهذا السطح الاسطوانى يمكن ان تدل على النقطة ص^٢ وسنذكر
حل هذه المسئلة في محل آخر من هذا الكتاب بعد ذكر ما توقف عليه من
معارف لا بد منها .

(الباب الرابع)

(في الزوايا الثلاثية والاهرام)

(١٤١)

(مسئلة عامة) اذا كان المعلوم زاوية ثلاثية والمطلوب ايجاد الزوايا السطحية

والزوايا الزوجية المترتبة هي منها بعملية على مستوي يقال

يؤخذ احد وجوه الزاوية الثلاثية المتمد مستويا اقويا المسقط ثم تقطع هذه

الزاوية بمستوي رأسي بحيث يكون م و ك مستويي الوجهين

الآخرين و ي تقاطعهما كما في (الشكل ١٣١) فتكون احدي

الزوايا السطحية معلومة في ا وتتحصل الاخرى بانطباق الوجهين م و ك

على المستوى الافقي كما في (بند ٧٦) ويختار المستويان الرأسيان الجديان

مارين بالاثري - للتقاطع ي بحيث يكون خط الارض خ ض

و خ ض مارين بالمسقط و وينتقل التقاطع ي في ي و ي

على المستويين المنطبقين ولا يخفى ان ا = ا حيث انهما يدلان

على الجزء ا - من التقاطع ي فاذا رسم المستقيمان ع - و ك -

دلا على الاثرين الرأسين ع - و ك - المعلوم مقدارهما الحقيقي

ويلزم من ذلك ان يكون ع - = ع - و ك - = ك - فحينئذ

تتحصل معنا الثلاث زوايا السطحية ا = ع ا ك و ب = ع ا -

و ج = ك ا - وحيث كان المستوى م عمودا على المستوى الرأسي

خ ض و ك على المستوى الرأسي خ ض تكون زاويتا هذين المستويين

الحادثتان منهما مع المستوى الافقي او الزاويتان الزوجيتان ع و -

معلوماتين بالتوالي في ا - ع - و ا - ك - فلم يبق حينئذ الا البحث عن

الزاوية ا الواقعة بين الوجهين ب و ج لكن هذه الزاوية مقيسة بزاوية

العمودين الممتدين من نقطة واحدة من التقاطع ي احدهما في المستوى

م والاخر في ك فاذا وجد هذان العمودان على المستويين المنطبقين

في حالة انطباقهما صار عمودين كذلك على γ و γ في نقطتين μ و μ
 على بعد واحد من α فيقابلان الاثرين τ و τ في النقطتين
 μ و μ فاذا وصل بين هاتين النقطتين كان من الواضح ان المستقيم
 μ يدل على الاثر الافقي للمستوى العمود على γ ويلزم حيثئذ
 ان يكون عمودا على γ وبانطباق المستوى المذكور بتدويره حول اثره
 μ لا يخرج رأس الزاوية المطلوبة عن المستوى الرأسى الذى يكون γ
 اثره وينطبق ضلعاهما على مقدارهما الحقيقى فيئتذلو جعل كل من النقطتين
 μ و μ مركزا واخذ μ و μ نصف قطر ورسم قوسا
 دائرة لزم ان يتقاطعا في نقطة μ من γ اذا وصل بينهما بين النقطتين
 μ و μ صار μ μ الزاوية المطلوبة α

(١٤٢)

اذا عرفت هذه المسئلة العامة يسهل عليك حل المسائل الخصوصية المختلفة
 المتعلقة بالزاوية الثلاثية وهى ستة ولنرمز للزوايا السطحية الثلاث بحروف
 α و β و γ وبحروف α و β و γ للزوايا الثلاث الزوجية
 المقابلة لها كل نظيرتها فتحدث الستة ترتيبات التى صورتها هكذا

معالم	مجاهيل	معالم	مجاهيل
α β γ	α β γ	α β γ	α β γ
α β γ	α β γ	α β γ	α β γ
α β γ	α β γ	α β γ	α β γ

وقد ترجع الاحوال الثلاثة الاخيرة الى الثلاثة الاولى بواسطة الزاوية الثلاثية
 المتممة ومن المعلوم انه اذا اخذت نقطة داخل زاوية ثلاثية وانزل منها اعمدة على
 اوجه هذه الزاوية وأمر بهذه المستقيمات مستويات حدثت زاوية اخرى ثلاثية
 زواياها السطحية متممة لمقابلاتها الزوجية فى الاولى وزواياها الزوجية متممة

لمقابلاتها السطحية فيها ايضا ولذا اطلق على هاتين الزاويتين الثلاثيتين اسم
الزاويتين الثلاثيتين التامتين فعلى هذا اذا رمز الى الزوايا السطحية في الثانية بالحروف
أ و ب و ج والى الزوايا الزوجية فيها بالحروف أ و ب و ج فيحدث

$$\begin{aligned} \text{أ} - 180^\circ &= \text{ب} - 180^\circ = \text{ج} - 180^\circ \\ \text{أ} - 180^\circ &= \text{ب} - 180^\circ = \text{ج} - 180^\circ \end{aligned}$$
 فيثبت اذا علم مثلا أ و ب و ج تحصلت الزوايا السطحية
 أ و ب و ج وبواسطة هذه تتعين الزوايا أ و ب و ج
 كما سنبينه ثم يحدث من هذه أ و ب و ج ومثل ذلك
 يعمل في الحالتين الاخرين غير ان الحالة التي تفرض فيها الزوايا الثلاث
 الزوجية معلومة تخرج دون غيرها عن القواعد المذكورة آنفا وسندكر طريقة
 حلها

* (المسئلة الاولى) * اذا كان المعلوم الثلاث زوايا السطحية المكونة للزاوية
 الثلاثية والمطلوب ايجاد الثلاث زوايا الزوجية يقال
 * (اولا) * يؤخذ دائما مستوى احد الاوجه مستويا افقيا كما في
 (الشكل ١٣٢) فيدل ضلعا الزاوية أ على الاثرين الاقبيين ق و ق
 لمستويي الوجهين الاخرين اللذين يفرضان منطبقين على المستوى الانقى
 في ب و ج احدهما في احدى جهتي أ والاخرى في الجهة الاخرى
 انظر (بند ١٤١) فيعلم تقاطعهما في ق و ق وتوجد نقطة ما ر
 من هذا التقاطع على ق و ق على بعد واحد من ا فاذا اخذ حينئذ

$$\text{ا} = \text{ا} \text{ و مد من النقطتين } \text{ب} \text{ و } \text{ج} \text{ عمودان على ق و ق}$$
 كاناهما الخطين الارضيين خ خ و خ خ كما تقدم في المسئلة العامة
 انظر (بند ١٤١) وتقاطع في نقطة ر من ق وكانت النقطة ر
 معلومة على المستويين الرأسيين في ا و ا لانها لا بد ان توجد على

عمود على خط الارض $\chi\chi'$ أو $\chi\chi''$ قائم من النقطة χ وعلى
الدائرة المرسومة من المركز χ يجعل $\chi\chi'$ أو $\chi\chi''$ نصف قطر ويلزم
منه ان يكون $\chi\chi' = \chi\chi''$ فقد آل الامر الى المسئلة العامة لانه
يمكن ايجاد χ' و χ'' على مستوئ رأسي $\chi\chi'$

* (وثانيا) * اذا تساوى زاويتان من الزوايا الثلاث السطحية لزم ان تكون
الزاويتان الزوجيتان المقابلتان لهما متساويتين ايضا وذلك ان يؤخذ المستوى
الافقي مستوى الزاوية الثالثة α وترسم الزاويتان المتساويتان β و γ في
كلاي جهتي α كما تقدم ومن المعلوم في فرضنا هذا ان المثلثين $\alpha\chi'$ و $\alpha\chi''$
متساويان لان وتر احدهما مساو لوتر الاخر وفيهما زاويتين حادتين متساويتين
فينتج ان $\chi\chi' = \chi\chi''$ وان المثلثين القائمي الزاوية $\chi\chi'$ و $\chi\chi''$
 $\chi\chi'$ متساويان ايضا لان الضلع $\chi\chi' = \chi\chi''$ والضلع $\chi\chi' = \chi\chi''$
 $\chi\chi'$ فتكون حيثئذ الزاوية $\chi\chi' = \chi\chi''$

* (وثالثا) * اذا كان زيادة على ذلك الزاويتان المتساويتان β و γ
قائمتين لزم ان يكون الزاويتان الزوجيتان المقابلتان $\chi\chi'$ و $\chi\chi''$ قائمتين ايضا
لانه يسهل في هذه الحالة مشاهدة كون $\chi\chi'$ و $\chi\chi''$ يتحدان على التوالي
مع $\chi\chi'$ و $\chi\chi''$ ومنه تتحد النقط α و $\chi\chi'$ و $\chi\chi''$ وينتقل
المستقيمان $\chi\chi'$ و $\chi\chi''$ على $\chi\chi'$ و $\chi\chi''$ بالتوالي وتوجد النقطتان
 $\chi\chi'$ و $\chi\chi''$ على نفس هذين المستقيمين فتكون بالضرورة الزاويتان $\chi\chi'$ و $\chi\chi''$
 $\chi\chi' = \chi\chi''$ و $\chi\chi' = \chi\chi''$ قائمتين

* (ورابعا) * اذا كانت الثلاث زوايا α و β و γ متساوية كان
الثلاث زوايا الزوجية المقابلة لها $\chi\chi'$ و $\chi\chi''$ و $\chi\chi'''$ متساوية ايضا لانه
بسبب كون الزاوية $\alpha = \beta$ يتحصل $\chi\chi' = \chi\chi''$ ولكون $\beta = \gamma$

يحدث $\gamma = \beta = \alpha$ فينتج $\alpha = \beta = \gamma$
 * (وخامسا) * اذا كانت الزوايا الثلاث α و β و γ قائمة لزم ان تكون
 الزوايا الثلاث α و β و γ قائمة ايضا واثبت ان هذا كائنا ما تقدم
 * (وسادسا) * يسهل معرفة ان احدى الزوايا α و β و γ اذا كانت
 قائمة لا تعين شيئا في الزاوية المقابلة الزوجية

* (١٤٤) *

من المعام في الهندسة العادية ان الزوايا α و β و γ لا يمكن ان تكون
 ثلاث زوايا سطحية لزاوية ثلاثية الا اذا كان مجموعها اقل من اربع زوايا قائمة
 وكان كل منها اصغر من مجموع الزاويتين الاخرين وقد تحصلت هذه الشروط
 من العملية المتقدمة وبيان ذلك

* (اولا) * ان خطي الارض α و β كافي (الشكل ١٣١)
 لا يمكن في المسئلة العامة ان يتقاطعا الا في النقطة γ وان γ و γ'
 يتركان الزاوية α دائما خارجة عن مجموع $\alpha + \beta + \gamma$
 فيكون هذا المجموع حيثما اصغر من اربع زوايا قائمة

* (وثانيا) * ان احدى الزوايا الثلاث α اذا كان اكبر من مجموع الانتين
 الاخرين كانت النقطة γ خارج المحيطين وبناء عليه لا يمكن ان يقابل
 العمودان القائممان من هذه النقطة على خطي الارض هذين المحيطين ابدا

* (١٤٥) *

* (المسئلة الثانية) * اذا كان المعلوم زاويتين سطحتين لزاوية ثلاثية والزاوية
 الزوجية المحصورة بينهما والمطلوب ايجاد الزاوية الثالثة السطحية والزاويتين
 الزوجيتين الاخرين يقال

يختار المستوى الافقي دائما مستوى احدها الوجه المعلوم α ويفرض كافي
 (الشكل ١٣٢) الوجه الاخر المعلوم β منطبقا حول الانز α
 ويؤخذ α و β عمودا على α فيعلم الانز α لانه لا بد وان يصنع مع

خَصَّ الزاوية الزوجية المعلومة β فتنتقل حينئذ النقطة γ في رجوع
المستوى μ الى الوضع α فيكون مسقطها الافقي γ ومن ذلك ينتج
ي فيؤول الامر الى المسئلة العامة انظر (بند ١٤١) لان الاثر
ن معلوم واذا اخذ خط ارضي حينما اتفق ما را بالنقطة γ تحصلت النقطة
ر التي يمر بها الاثر γ

* (١٤٦) *

* (المسئلة الثالثة) * اذا كان المعلوم وجه زاوية ثلاثية والزاويتين الزوجيتين
المجاورتين والمطلوب ايجاد الزاويتين السطعيتين الاخرين والزاوية الثالثة
الزوجية يقال

يختار المستوى الافقي مستوى الوجه المعلوم α كما في (الشكل ١٣٣)
فيكون ضلع الزاوية α الاثرين γ و γ لمستويي الوجهين الاخرين
الذين ينسبان الى مستويين رأسيين γ و γ يكونان عمودين
عليهما بالتوالي بحيث يصنع كل من الاثرين γ و γ مع خط الارض
المقابل له الزاويتين الزوجيتين المعلومتين β و β والغرض من هذه
العملية ايجاد المسقط γ لتقاطع المستويين المذكورين وقد علمت طريقة
ايجاده في (بند ١٠١) فيؤول الامر حينئذ الى المسئلة العامة انظر
(بند ١٤١)

* (١٤٧) *

* (المسئلة الرابعة) * اذا كان المعلوم وجهي زاوية ثلاثية والزاوية الزوجية
المقابلة لاحدهما والمطلوب ايجاد الوجه الاخر والزاويتين الزوجيتين الاخرين
يقال

يؤخذ المستوى الافقي كما في (الشكل ١٣٤) مستوى الوجه المعلوم

١ المجاور للزاوية المعلومة ـ ويؤخذ $\text{خ}^{\text{ك}}$ عمودا على $\text{ق}^{\text{ك}}$
 فيعلم حيثئذ $\text{ر}^{\text{ك}}$ ويؤخذ ايضا $\text{خ}^{\text{ص}}$ عمودا على $\text{ق}^{\text{م}}$ فاذا فرض ان
 المستوى م يدور حول $\text{ق}^{\text{م}}$ ليشغل الوضع الفراغي الذي يجب ان يشغله
 تحركت نقطة $\text{ما}^{\text{ـ}}$ من $\text{ق}^{\text{م}}$ في المستوى الرأسى $\text{خ}^{\text{ص}}$ راسمة قوس
 دائرة $\text{ج}^{\text{ـ}}$ وصارت في النقطة التي يقطع فيها المستوى $\text{ك}^{\text{ـ}}$ قوس الدائرة
 المذكورة وهي نقطة يمكن تحصيلها بالبحث عن الاثر $\text{ر}^{\text{ك}}$ انظر (بند ٤٧)
 ويوجد على العموم نقطتان ـ و $\text{ج}^{\text{ـ}}$ يكون مسقطاهما الاقبيان في
 ـ و $\text{ج}^{\text{ـ}}$ وبعينان مسقطين اقصيين $\text{ق}^{\text{ـ}}$ و $\text{ل}^{\text{ـ}}$ لتقاطع المستويين
 $\text{م}^{\text{ـ}}$ و $\text{ك}^{\text{ـ}}$ فيوجد حيثئذ زاويتان ثلاثيتان بواسطة هذه المعالم
 ولا يمكن الايجاد واحدة اذا كان الاثر $\text{ر}^{\text{ك}}$ مماسا للدائرة $\text{ج}^{\text{ـ}}$ ولا يمكن
 وجود هذه الزاوية اذا كان $\text{ر}^{\text{ك}}$ لا يقابل الدائرة $\text{ج}^{\text{ـ}}$

(المسئلة الخامسة) اذا كان المعلوم زاوية سطحية والزاوية الزوجية
 المتعابلة وزاوية زوجية مجاورة والمطلوب ايجاد الزاوية الثالثة الزوجية والزاويتين
 السطحتين الاخرين يقال

يؤخذ المستوى الافقى مستوى وجه مجهول $\text{ا}^{\text{ـ}}$ كافي (الشكل ١٣٥)
 ويفرض المستوى $\text{م}^{\text{ـ}}$ للوجه المعلوم $\text{ب}^{\text{ـ}}$ منطبقا ويعد $\text{خ}^{\text{ص}}$ عمودا
 على $\text{ق}^{\text{ـ}}$ فنحدث من $\text{ر}^{\text{ـ}}$ مع خط الارض $\text{خ}^{\text{ص}}$ الزاوية المعلومة $\text{ج}^{\text{ـ}}$
 المجاورة للزاوية $\text{ب}^{\text{ـ}}$ واذا فرض رجوع المستوى $\text{م}^{\text{ـ}}$ الى وضعه
 انتقلت النقطة ـ في ـ التي مسقطها الافقى ـ ومنه يعلم $\text{ق}^{\text{ـ}}$
 ولايجاد $\text{ق}^{\text{ـ}}$ يفرض ان المستوى $\text{ك}^{\text{ـ}}$ يدور حول محور رأسى مارا بالنقطة

١ - حتى يصير عمودا على المستوى الرأسى χ ض وفي هذا الوضع يصنع
 اثره الرأسى χ مع χ ض الزاوية χ - المعلومة المقابلة للزاوية β
 ويصير χ عمودا على χ ض فاذا فرض رجوع هذا المستوى الى وضعه
 ترسم النقطة χ حول χ - بمجموعة مركزا قوس دائرة يكون الاثر الافقى
 χ مماسا له ومارا زيادة على ذلك بالنقطة α فيتعين حيث χ وبهذا يؤول
 الامر الى المسئلة العامة انظر (بند ١٤١)

(١٤٩)

*(المسئلة السادسة) اذا كان المطلوب تحويل زاوية الى الافقى يقال
 ان هذه العملية كافي (الشكل ١٣٦) هي عملية الزاوية الثلاثية المعلومة
 زواياها الثلاث السطحية لكن يمكن ترتيب الشكل على وضع مخصوص وحيث
 علمت الزاوية الواقعة بين مستقيمين والزاويتان الحادثتان منهما مع المستقيم
 الرأسى فليكن α رأس الزاوية و χ الرأسى المار بهذا الرأس و χ
 احد المستقيمين الصانع مع χ الزاوية المعلومة β وليختار المستوى الرأسى
 للمسقط مستوى المستقيمين χ و χ وليكن المستقيم الآخر χ المنطبق
 على هذا المستوى الرأسى صانعا مع χ الزاوية المعلومة γ ولتصنع
 الزاوية $\delta = \alpha$ الحادثة من المستقيمين ويؤخذ $\alpha = \alpha$ ثم يرسم
 قوسا دائرة يجعل α مركزا و α نصف قطرها و α يجعل δ
 مركزا و δ نصف قطرها لا تخريفية تقاطعان في χ وبإيصال α يحدث
 الضلع الثانى χ من الزاوية المطلوبة α فيسهل تصور اسباب اجراء تلك
 العمليات بدون احتياج الى ايضا حها هنا

(١٥٠)

(المسئلة السابعة) اذا كان المطلوب رسم كرة داخل هرم مثلثى

يقال

تقسم الى قسمين متساويين كافي (بند ١٢٨) الثلاث زوايا الزوجية التي اضلاعها غير متلاقية في رأس واحد ويكون مركز الكرة في نقطة تقاطع المستويات القاسية ونصف قطرها بعد هذا المركز عن احد الاوجه انظر (بند ١٣٦)

* (١٥١) *

* (المسئلة الثامنة) * اذا كان المطلوب رسم كرة خارج هرم مثلثي يقال

تقام كافي (بند ٨٣) مستويات اعمدة على منتصف الاضلاع الثلاثة التي لا تكون على وجه واحد فتكون نقطة تقاطعها مركز الكرة المطلوبة ويتحصل نصف قطرها بايصال هذا المركز باحد الرؤس

* (١٥٢) *

* (المسئلة التاسعة) * اذا كان المطلوب رسم هرم مثلثي على مثلث حاد الزوايا معلوم وايجا دارتقاعه يقال

يؤخذ مستوى المثلث المعلوم مستويا افقيا كافي (الشكل ١٤٧) ويجعل المستوى الرأسى مستويا عموديا على احد اضلاعه كالضلع ab وانتصو o بالهرم $مرسوما$ ونطبق على المستوى الافقى الوجه $س$ $ا$ $ب$ الذى يكون مستويا عمودا على المستوى الرأسى فيصير $مرسوما$ داخل نصف دائرة قطرها $ا$ $ب$ وحيث ان الضلع $س$ $ج$ عمود على هذا الوجه يكون موازيا للمستوى الرأسى ويلزم ان يكون مسقطه الافقى $س$ $ج$ عمودا على $ا$ $ب$ فينتد تنطبق النقطة $س$ $ج$ على $س$ $ا$ $ب$ والوجه $س$ $ا$ $ب$ على $س$ $ا$ $ب$ فاذا فرضنا الآن ان هذا الوجه يرجع ثانيا الى وضعه رسمت النقطة $س$ قوس دائرة مركزه $ف$ و على $ا$ $ب$ والضلع $س$ $ج$ مماس بالضرورة له ورسم المسقط الافقى $س$ $ج$ دائرة كالاولى يكون الضلع $س$ $ج$ مماسا لها فينتد يكون هذا المماس ممكنا

دائما لان نصف القطر $وسه$ دائما صغر من $وج$ فيقتضيكون $ج$ خارج المحيط ويتحصل كذلك المسقط $سه$ الذي منه ينتج $سه$ ومن ذلك يعلم الهرم فاذا وصلنا بين $ا$ و $سه$ حدث المسقط الافقي للضلع $اسه$ العمود على الوجه $سهج$ وحينئذ يكون $اسه$ عمودا على $سهج$ كما يكون $سه$ عمودا على $اج$

وحيث ان ارتفاع الهرم معلوم في $سهج$ تصيرا لا وجه الثلاثة اذا طبقت مرسومة داخل انصاف دوائر او نازها المجاورة لرأس واحد من المثلث متساوية

(١٥٣)

المسئلة المتقدمة توصلنا الى نتيجتين هما ان تقول

* (اولا) * انه يمكن دائما رسم هرم مثلثي على مثلث ما حاد الزوايا بمجوع قاعدة

* (وثانيا) * ان الاعمدة النازلة من رؤس مثلث ما على الاضلاع المقابلة لها تتلاقى في نقطة واحدة وقد برهننا على ذلك فيما اذا كان المثلث حاد الزوايا واما اذا كان المثلث منفرج الزوايا $اج$ كما في (الشكل ١٣٨) فانا اذا انزلنا من الرأسين $س$ و $ج$ للزاويتين الحادتين عمودين على الضلعين المقابلين لهما تقاطعا بالضرورة في النقطة $د$ الخارجة عن المثلث $اسج$ وحدث منهما بالضرورة مثلث آخر $سهج$ حاد الزوايا فيه المستقيمان $سه$ و $ج$ عمودان على الضلعين $ج$ و $د$ فيقتضي بصير المستقيم $دا$ عمودا ايضا على $سهج$ فيقتضي المستقيمان $ا$ و $س$ و $ج$ و $ج$ النازلة من رؤس المثلث $اسج$ الثلاث اعمدة على الاضلاع المقابلة للرؤس تتلاقى في نقطة واحدة $د$ داخله او خارجه بحسب ككون المثلث حاد الزوايا او منفرجها

* (المسئلة العاشرة) * اذا كان المطلوب قطع هرم مثلث قائم الزوايا السطحية بحيث يكون المقطع مثلثا احاد الزوايا معلوما يقال
اذا طبقنا وجوه الهرم الثلاثة المفروض في (الشكل ١٣٩) فالنقطة
ا - و - ج المثلث الذي يكون المقطع مساويا له كما في (الشكل ١٤٠)
فيكون قاعدة الهرم مثلث قائم الزوايا السطحية مصنوع في رأس الهرم المفروض
ونبسط ذلك الهرم فتحصل حيثئذ الوجوه ا - و - ج و ا - ج - و
و ا - ج - و التي تؤخذ على التوالي داخل المثلث ا - و - ج
س - ا - ج و س - ج - و كما في (الشكل ١٣٩) ثم اذا نقلت النقطتان
ا و ا والنقطتان س و س والنقطتان ج و ج في النقط ا و س و ج
الكانتة على مساقط الاضلاع الثلاث تحصل لنا المسقط الافقي لمثلث المقطع وبه
يسهل ايجاد مسقطه الرأسى وحيثئذ يتعين مستويه تعيناتها ما ويمكن زيادة على
ذلك ايجاد اثره اذا اريد ذلك

* (المسئلة الحادية عشر) * اذا كان المطلوب قطع هرم مربعي قاعدته شبه
منحرف بمستوي بحيث يكون المقطع شكلا متوازي الاضلاع يقال
يؤخذ مستوي قاعدة الهرم التي هي ا - ب - ج - د مستويا اقويا فلا يحتاج الى
المستوى الرأسى ثم يمد ضلعا القاعدة الغير المتوازيين ا د و ب ج الى ان
يتلاقيا في النقطة و فيتقاطع مستويا الوجهين س - ا - د و س - ب - ج
في المستقيم و الذي يمر بالنقطتين س - و و يتقاطع ايضا مستويا
الوجهين س - ا - و و س - ب - ج الذين اثرهما الاقبيان متوازيان في
افقي لهما ما من النقطة س اذا تقرر ذلك فالرمز بالحرف م لمستوى
القطع وحيث انه يقطع الوجهين س - ا - و س - ب - ج في مستقيمين متوازيين
ومتوازيين بالضرورة لتقاطع مستوي هذين الوجهين يكون هذان المستقيمان

موازيين للخطى $ا ب$ و $ج د$ وللأثر $ق$ فيلزم ان يكون الأثر $ق$ موازيا للخط $ا ب$ ويمكن زيادة على ذلك ان يؤخذ هذا الأثر كيف ما اتفق ثم ان المستوى $م$ يقطع الوجهين $س ه ا د$ و $س ه ج$ في مستقيمين متوازيين وموازيين للمستقيم $و$ ومارين من النقطتين $س ه$ و $ص ه$ فاذا مدحيتتد من هاتين النقطتين موازيان للمستقيم $و$ يقطعان $س ه ا$ و $س ه ج$ و $س ه د$ في النقط $أ$ و $ب$ و $ج$ و $د$ ووصل بين $أ$ و $ب$ وبين $ج$ و $د$ كان الشكل $ا ب ج د$ هو المسقط الافقى للمقطع ويلزم ان يكون شكلا متوازي الاضلاع

وحيث ان الضلعين $ا ب$ و $ا د$ موازيان بالتوالى للخط $ا ب$ والمسقط $و$ يلزم لاجل ان يكون متوازي الاضلاع $ا ب ج د$ قائم الزوايا ان يكون $و$ عمودا على $ا ب$ ولاجل ان يكون المسقط $ا ب ج د$ شكلا معينيا يلزم التنبيه الى ان كل مستو مواز للمستوى $م$ يقطع ايضا في هذه الحالة الهرم في شكل متوازي الاضلاع مسقطه الافقى شكل معين وحيث ان يمكن اخذ $ا ب$ اثرا للمستوى القاطع كافي (الشكل ١٤٢) فيكون بالضرورة $ا ب$ احد ضلعي المعين والاخر مساويا له ضرورة فبأخذ النقطة $ا$ مركزا و $ا ب$ نصف قطر يرسم محيط دائرة تؤخذ عليه النقطة $د$ بالاختيار وازاد من النقطة $و$ مواز للمستقيم $ا د$ قطع $د د$ في نقطة $س ه$ وكان يمكن رسم المحيط المذكور يجعل النقطة $س ه$ مركزا ثم قد يكون المسقط $ا ب ج د$ مربعا اذا كان $د$ على المحيط المتقدم و عمودا على $ا ب$

بمستوي بحيث يكون المقطع متوازي الاضلاع يقال
 يؤخذ المستوى الافقي مستوى القاعدة $a - b - c - d$ كافي (الشكل ١٤٣)
 ولا يرسم هنا المسقط الرأسي لسهولة ايجاده متى اريد ثم يمد الضلعان المتقابلان
 $a - b$ و $c - d$ الى ان يتلاقيا في نقطة u وبالوصل بين النقطتين u و s
 يتحصل المسقط الافقي $u - s$ لتقاطع مستويي الوجهين $s - a - b$ و $s - c - d$
 ثم يمد ايضا الضلعان المتقابلان $a - d$ و $b - c$ الى ان يتلاقيا في نقطة v
 وبالوصل بين النقطتين u و v يتحصل المسقط الافقي $u - v$ لتقاطع
 مستويي الوجهين $s - a - d$ و $s - b - c$ فيكون المستقيم $u - v$
 الاثر الافقي للمستوى (ي ي) أو s اذا تقرر هذا وجب ان يقطع
 المستوى القاطع كل وجهين متقابلين من الواجهة المتقابلة في مستقيمين
 متوازيين وموازيين بالضرورة لتقاطعهما وان يكون هذا القاطع نفسه
 موازيا للمستقيمين $u - v$ معا وموازيا بالضرورة لمستويهما فيكون $u - v$
 حينئذ موازيا $u - v$ ويمكن ان يؤخذ مستقيم $u - v$ مستوف لهذا الشرط
 ثم يمد من النقطتين $s - u$ و $s - v$ اللتين هما تقاطع $u - v$ بالمستقيمين
 $a - b$ و $c - d$ موازيا للمسقط $u - v$ ويمد ايضا من النقطتين u و v
 اللتين هما تقاطع $u - v$ بالمستقيمين $a - d$ و $b - c$ موازيا للمسقط $u - v$
 فتقاطع هذه المستقيمتين في نقط على مساقط الاضلاع يتحصل منها المسقط
 الافقي $a - b - c - d$ للمقطع الذي يكون بالضرورة شكلا متوازيا
 الاضلاع

وقد يكون المسقط الافقي $a - b - c - d$ مستطيلا اذا كان المسقطان $u - v$ و $u - v$
 للتقاطعين عمودين على بعضهما اعني اذا كانت النقطة s كما في

(الشكل ١٤٤) موجودة على محيط الدائرة المرسوم على القطر
و

وقد يكون المسقط $\alpha - \beta - \gamma - \delta$ شكلا معيناً إذا كان المثلث $\alpha - \beta - \gamma$ و
كافى (الشكل ١٤٥) متساوي الساقين وإذا كانت النقطة δ زيادة عن
كون المثلث المذكور متساوي الساقين موجودة على محيط دائرة قطره $\alpha - \beta$
يكون المسقط $\alpha - \beta - \gamma - \delta$ مربعاً

(الباب الخامس)

(في انواع المساقط)

(١٥٧)

لم نعتبر فيما تقدم الا المساقط العمودية على مستويين عمودين على بعضهما
ويمكن ان يراد دائما بمسقط نقطة على مستوي النقطة التي يقابل فيها مستقيم ما
ما بالنقطة المعلومة هذا المستوى لكن نوع المساقط المتقدم اكثر استعمالا
ومع ذلك فقد تستعمل انواع مساقط اخر لا يعتبر فيها الامستوى واحد
للمسقط وابسطها النوع الذي تتركب منه المستويات المنتسبة
والموزونة وقد تتعين النقطة في هذا النوع بمسقطها العمودي على مستوي يسمى
بمستوى الاقتران المختار عادة فوق جميع نقط الشكل المنسقط وبعدد مكتوب
يجوار مسقط النقطة يدل على البعد الكائن بينهما وبين مستوى الاقتران ويسمى
هذا العدد بمقدار بعد النقطة وتكون مقادير ابعاد النقط الكائنة اعلا
مستوى الاقتران سالبة ويشاهدان هذا النوع يرجع للمساقط العمودية لانه
يمكن بواسطة مقدار بعد كل نقطة من نقط جملة الشكل المنسقط ايجاد
مسقطه على مستوي ما عمود على مستوى الاقتران وذلك باختيار خط ما
ارضى وانزال عمود على هذا الخط من المسقط المعلوم لكل نقطة وان يؤخذ
على هذا الخط في الجهة المناسبة ابعاد مساوية لمقادير ابعاد هذه النقط انظر
(بند ٥)

وقد يتعين المستقيم في هذا النوع بمسقطي نقطتين من نقطه ومقداري بعديهما
انظر (بند ١٨) واما المستوى فيتعين بخطه الاعظم ميلا بالنسبة لمستوى
الاقتران انظر (بند ٣٨) ويسمى هذا الخط بمقياس ميل المستوى
وهذا النوع كثير الاستعمال لاسيما في الرسم المتعلق بالاستحكامات واشغال
حفر ورودم الطرق والجلبان وما اشبه ذلك

وحيث كان لا يتيسر في العادة فرخ من ورق الرسم فيه كفاية لان يسع صورة
الاجسام المرسومة ككلها اي على حجمها الطبيعي تختصر الصور الى
مقياس اختصاري معين يرسم في الصور وتعد عليه المقادير الحقيقية وتبقى
مقادير ابعاد النقط على حقيقة تهاد اتماما لم يرد عمل المسقط الرأسى للجسم فانها تصغر
بتصغير الجسم على مقتضى مقياسه الاختصاري وسيشاهد مع ذلك انه لا يمكن
في بعض الاحيان تصغير المسقطين الافقي والرأسى بنسبة واحدة بسبب امور
سيأتى ذكرها فيما بعد

(١٥٨)

المسائط المائلة هي المساقط التي تتعين بمستقييات مائلة بالنسبة لمستوى
المسقط ومتوازية كلها ولاجل امكان ايجاد مسقط النقطة المائل يلزم معرفة
اتجاه وميل المستقيم المسقط لها بالنسبة لمستوى المسقط ويعين الاتجاه عادة
بميله يعنى بالنسبة الواقعة بين ارتفاع وقاعدة المثلث القائم الزاوية الحادث
من المستقيمين المسقطين للنقطة اسقاطا عموديا ومائلا ومن المستقيم الواصل بين
المسقطين فينتج من ذلك ان النقطة تتعين بمسقطها العمودى والمائل على مستو
واحد لان المسقط العمودى يعلم منه مستقيم توجد عليه النقطة المذكورة
وبعد المسقطين مع النسبة المعلومة بين ارتفاع المثلث القائم الزاوية المذكور
وقاعدته يتعين البعد بين النقطة ومستوى المسقط فاذا كانت الخطوط المسقطة
مائلة بتدرج ٤٥ على مستوى المسقط يكون المثلث القائم الزاوية متساوى
الساقين وتكون قاعدته مساوية لارتفاعه فيكون بالضرورة البعد الكائن بين
النقطة ومستوى المسقط مساويا للبعد الكائن بين مسقطها

ويسمى هذا المسقط الثانى في نظرى الظل بالظل الساقط من النقطة على
مستوى المسقط الانقى المأخوذ عادة مستويا هندسيا واما المستوى الرأسى
فيؤخذ في القطوع والارتفاعات

وقد يتعين المستقيم ايضا بمسقطه العمودى ومسقط مائل على المستوى المذكور
والمستوى بمسقطى خطه الاعظم ميلا واما ما يسمى بالمنظور العسكرى فليس

الامسقطا مائلا ويستعمل ايضا في اشغال صناعة القناطر والجسور لا يوضح
تفاصيل اوصال اجزاء التراكيب الداخلية

(١٥٩)

ويطلق اسم المساقط الاسطوانية على المساقط العمودية والمائلة التي ذكرت
آنفا وهناك نوع آخر من المساقط يسمى بالمساقط المخروطية ويسمى ايضا
بالمساقط المركزية او القطبية وفي هذا النوع تمر جميع المستقيبات المسقطة بنقطة
واحدة ثابتة تسمى قطبا او مركز المساقط

ويستعمل في هذا النوع مستويان قائما الزاوية يسمى احدهما بالمستوى
الهندسي الذي تسقط عليه اسقاطا عموديا بجملة الشكل والاخر بمستوى
المنظور الذي يجري عليه المسقط المخروطي او منظور تلك الجملة ويطلق على خط
الارض في هذه الحالة اسم قاعدة مستوى المنظور

وتعين اي نقطة في الفراغ متى علم مسقطها العمودي على المستوى الهندسي
ومنظورها وقاعدة مستوى المنظور ومركز المساقط او نقطة النظر ويمكن تعيين
النقطة ايضا في الفراغ بواسطة منظورها ومقدار بعدها عن المستوى الهندسي
ومسقط نقطة النظر على مستوى المنظور وبعدها عنه ومقدار بعدها لانه
يمكن بواسطة هذه المعاليم معرفة مسقط النقطة على المستوى الهندسي وان
مقدار بعد نقطة النظر قد يعين قاعدة مستوى المنظور

(١٦٠)

لكن اذا لم يكن المطلوب الانسب الوضع على مستوي يمكن ان يفرض لجميع النقط
والمستقيبات مسقط واحد ويبقى وضع الشكل في الفراغ اختياريا وقد سبق
استعمال هذا في بعض مسائل من الباب الثالث من هذا الكتاب وظهرت
عدة مؤلفات تتعلق بهذا الغرض

*(في المستويات المنتسبة والموزونة) *

(١٦١)

هذا الفصل يحتوي على قياس الابعاد الاقضية بمقياس اختصاري مقدر عليه
 المتر الواحد بهذا المقدار ٠.١ و ٠.٢ كافي (الشكل ١٦٤) واما عشر المتر فقدر
 عليه بواحد من الف من متر بحيث اذا اريد اخذ بعدا صغرا من عشر المتر مثلا
 كواحد من مائة يرتب المقياس بهذه الكيفية بان يقام كافي (الشكل ١٤٧)
 من احدى الطرفين للمستقيم ا- عموديوخذ عليه بعدا اختياري عشر
 مرات ويمد من جميع النقط ١ و ٢ و ٣ الى ١٠ خطوط موازية
 للمستقيم ا- ثم يقسم الموازي الاخير الى اجزاء من الف من المتر
 مقدارها عشرة ثم يوصل بين ١ و ١٠ وبين ٢ و ٢ و ٣ و ٣ الى
 ١٠ و ٩ من كل من الموازيين المتطرفين فيتضح ان جميع المستقيمات الحادثة
 كلها متوازية وان كل اثنين منها متتاليين يحصران على الخطوط الموازية للخط
 ا- اجزاء مساوية ٠.٠٠١ ر.م وان الاجزاء المنحصرة بين خطي ١٠ - ٩
 و ١٠ - ١٠ من الخطوط الموازية للخط ا- الممتدة من النقط
 ١ و ٢ و ٣ الى ١٠ مساوية بالتوالي ٠.٠٠١ ر.م و
 ٢ ٢ ر.م و ٣ ٣ ر.م الى ٩ ٩ ر.م و ١ ١ ر.م لانه اذا
 اعتبر الجزء ١ - محسوبا على الخط الموازي المار من النقطة ٧ يحدث
 من المثلثين المشابهين ١٠ - ١ - ١ - ١ - ١٠ و ٩ - ٩ - ١٠ - ١٠
 هذه التناسبة

$$١٠ - ١٠ : ١٠ - ١٠ :: ٩ - ٩ : ١ - ١$$

وحيث ان ١٠ - ١٠ محتوي على ١٠ اجزاء يحتوي المستقيم ١٠ - ١٠
 على ٧ منها وان ٩ - ٩ = ١٠ - ١٠ يمكن تحويل هذه التناسبة الى هذه

$$١٠ : ٧ :: ١٠٠٠٠ : ٧٠٠٠٠$$

وبهذه الكيفية توجد مقادير الاجزاء المنحصرة على بقية الخطوط المتوازية
 اذا تقرر هذا يفرض انه اذا اريد ان يقدر على هذا المقياس طول يساوي
 ٦٤ و ٧ يؤخذ على الخط الموازي ا- المار من النقطة ٤ الطول
 ج د فيكون هو المستقيم المطلوب المحول الى المقياس المذكور لان

* (١٤٣) *

مقدار بعد النقطة م فيوضع على المقياس الاختصاري كما في
(الشكل ١٤٦) البعدان الاقيان م^١ و م^٢ وليفرض انهما وجدنا
مساويين بالتوالي ٠.٢ ر.م و ٠.١٥ ر.م وهذا يوصل الى الطولين
الاصليين س^١ = ٢ ر.م و س^٢ = ١.٥ ر.م انظر (بند ١٦١) ومن
المعلوم ان معناه زيادة على ذلك ص^١ = ٢٠ ر.م و ص^٢ = ١٦٠ ر.م
فيوضع هذه المقادير في القانون المتقدم يحدث

$$\frac{120 \times 976 + 0.20 \times 502}{2} = \frac{120 \times 976 + (120 - 2) \times 502}{2} = \text{ص}^2$$

$$\text{أو} \quad \frac{17}{2} = \frac{14240 + 2760}{2} =$$

$$\text{ص}^2 = 8.5 \text{ ر.م}$$

* (١٦٣) *

* (المسئلة الثانية) * اذا كان المطلوب ايجاد مسقط نقطة ما معلوم مقدار
بعدها على مستقيم معلوم يقال

بعد رسم المستقيم و كما تقدم يؤخذ كما في (الشكل ١٤٨) على م^١ م^٢
طول م^١ ل يساوي مقدار البعد المعلوم ص^١ ثم يمد ل^١ م موازيا لخط
الارض خ^١ فتكون النقطة م هي النقطة المطلوبة التي يكون مسقطها
الافقي في م^١ ل^١ كن لا بد من ايجاد البعد الكائن بينهما وبين النقطة م^١ ولذا
يستخرج بعد تركيب هذه المناسبة

$$\text{س}^1 : \text{س}^2 :: \text{ص}^1 - \text{ص}^2 : \text{ص}^2 - \text{ص}^1 \text{ كما تقدم}$$

$$\text{س}^2 = \frac{\text{س}^1 (\text{ص}^2 - \text{ص}^1)}{\text{ص}^2 - \text{ص}^1}$$

واذا فرض مثلا كما في (الشكل ١٥٠) ان و المستقيم المعلوم والمطلوب
ايجاد نقطة عليه مقدار بعدها ٨ ر.م يقال بعد وضع البعد م^١ م^٢ على المقياس
الاختصاري الذي هو شكل ١٤٦ يفرض ان هذا البعد وجد مساويا
للعدد ٠.٠٥ ر.م الموصل الى س^١ = ٥ ر.م انظر (بند ١٦١) ومن

المعلوم ان معنا زيادة عن ذلك $\text{صه} = ١٦,٣٠$ و $\text{صه} = ١٣,٧٠$
و $\text{صه} = ٨$ فينتج
 $\text{صه} - \text{صه} = ٨ - ١٦,٣٠ = -٨,٣٠$ و
 $\text{صه} - \text{صه} = ١٣,٧٠ - ١٦,٣٠ = -٢,٦٠$
فيوضع هذه المقادير في القانون المتقدم نزول العلامة - وكان يمكن التنبئ
عن هذه العلامة من اول الامر لانه لو فرض مقدار البعد صه في الشكل ١٤٨
اكبر من مقدار البعد صه ومن مقدار البعد صه لسهلت معرفة كون
هذه الاعمال توصل الى هذا القانون $\text{س} = \frac{\text{س}(\text{صه} - \text{صه})}{\text{صه} - \text{صه}}$
الذي يبدل فيه $\text{صه} - \text{صه}$ و $\text{صه} - \text{صه}$ بالمقادير الموجبة
 $٨,٣٠$ و $٢,٦٠$ ومنه ينتج حيثئذ

$\text{س} = \frac{٨,٣٠ \times ٠,٥}{٢,٦٠} = \frac{٤١٥}{٥٢} = \frac{٨٣}{١٠٤} = ٠,٧٩٦١٥٣٨٤٦١٥٣$
أو $\text{س} = ١,٦٠$ تقريبا فاذا حول هذا المقدار الى المقياس الاختصاري
يصير $٠,١٦$ وباخذه على المقياس المذكور ووضع من م الى م
في جهة مقادير الابعاد المتنازلة تكون النقطة م هي النقطة المطلوبة
فاذا اريد ايجاد اثر المستقيم المذكور على مستوى الاقتران اي النقطة التي مقدار
بعدها صفر يكفي جعل $\text{صه} = ٠$ ومنه ينتج $\text{س} = \frac{\text{صه} - \text{صه}}{\text{صه} - \text{صه}}$
وينبغي الاهتمام بجعل الابعاد السالبة في جهة مضادة للجهة الموضوع فيها
الابعاد الموجبة

(المسئلة الثالثة) اذا كان المطلوب ايجاد ميل مستقيم ما على مستوى
الاقتران يقال

ان هذا الميل مقدور بالزاوية الحادثة من المستقيم المذكور مع مسقطه على هذا
المستوى فيعلم حيثئذ من الشكل ١٤٨ حيث يستنتج منه

$$\text{طا ل م م} = \frac{\text{ل م}}{\text{ل م}} = \frac{\text{صه} - \text{صه}}{\text{س}}$$

فأفرض ان الغرض إيجاد ميل المستقيم و المعلوم في (الشكل ١٤٩)
 يكون معنا $\text{صه} - \text{صه} = \text{صه} = \text{صه}$ و $\text{سه} = \text{سه}$ فينتج
 اذا جعلت الزاوية ل م م = ا - و ظا $\frac{\text{صه}}{\text{سه}} = \frac{\text{صه}}{\text{سه}}$
 يحدث

$$\text{لونا ظا ل} = \text{لونا} \text{ صه} = ٠,٣٤٢٤٢٢٧ = \text{لونا} \text{ صه} \\ \text{لونا ظا (٦٥ ٢٢ ٢٢)} \text{ فينتج ل} = ٦٥ \text{ ٢٢ ٢٢} \\ *(١٦٥)*$$

(المسئلة الرابعة) اذا كان المطلوب إيجاد البعد بين نقطتين على مستقيم
 معلوم يقال

يحدث من المثلث القائم الزاوية م ل م كافي (الشكل ١٤٨)
 $\text{م م} = \text{م ل} + \text{ل م} \text{ أو } \text{م م} = (\text{صه} - \text{صه}) + \text{سه}$
 فاذا كان المطلوب الآن إيجاد البعد بين النقطتين م و م كافي (الشكل ١٤٩)
 يعلم من (بند ١٦٢) $\text{سه} = \text{سه}$ و $\text{صه} - \text{صه} = \text{صه}$
 فاذا وضع هذان المقداران في القانون حدث م م أو
 $\text{و} = \text{و} + \text{و} = ١٩,٣٦ + ٤ = ٢٣,٣٦$
 أو

$$\text{و} = ٤,٨٣٣٢$$

(١٦٦)

(المسئلة الخامسة) اذا كان المطلوب إيجاد نقطة بعيدة عن اخرى معلومة
 بمقدار معلوم على مستقيم معلوم يقال

اذا فرضت م النقطة المطلوبة يلزم معرفة م م أو م و م م أو
 $\text{صه} \text{ وقد علم من (بند ١٦٢) } \text{صه} - \text{صه} = \text{صه}$
 ثم يحدث من المثلث القائم الزاوية م م ط
 $\text{و} = \text{سه} + (\text{صه} - \text{صه}) = \text{سه} + \text{سه} = \text{سه}$

$$= \frac{س٢ + (ص٢ - ص١)}{س٢} \text{ ومنه ينتج}$$

$$س٢ = \frac{س٢ + (ص٢ - ص١)}{س٢} \pm \frac{س٢}{س٢} \text{ فيكون } س٢ = \frac{س٢ + (ص٢ - ص١)}{س٢} \pm \frac{س٢}{س٢}$$

$$\text{ويستخرج من (١٦٢) } ص٢ = ص١ \pm \frac{س٢ + (ص٢ - ص١)}{س٢}$$

فاذا كان المطلوب الا ان يؤخذ على المستقيم و كافي (الشكل ١٥١)
طول يساوي $س٢$ بالابتداء من النقطة م يفرض بعد نقل البعد الافقي

$م٢$ على المقياس الاختصاري كافي (الشكل ١٤٦) ان هذا البعد
وجد مساويا ٠.٢٧ فيستخرج منه $س٢ = ٢٧$ ومن المعلوم
ان معنا زيادة عن ذلك $ص٢ = ١٨$ و $ص٢ = ٢٥$ فبأبدال
تلك الحروف بمقاديرها في القوانين المتقدمة يحدث

$$س٢ = \frac{س٢ + (ص٢ - ص١)}{س٢} \pm \frac{س٢}{س٢} = \frac{١٦,٢}{٦,٢٩} \pm \frac{٢,٧ \times ٦}{٢٧ + (٢,٧)} \pm$$

$$= \frac{١٤٧٧٨,٢٧٦٦}{٥٦,٢٩} \pm \frac{٥٦,٢٩ \sqrt{١٦,٢}}{٥٦,٢٩} \pm =$$

$$= \frac{١٢١٥٦,٦٣}{٥٦,٢٩} \pm = ٢١٥ \pm \text{ فاذا اخذ من كلتا جهتي}$$

$م٢$ طول يساوي المقدار ٠.٢١٥ المأخوذ بالمقياس الاختصاري
كافي (الشكل ١٤٧) تحصل نقطتان $م٢$ و $م٢$ هما المسقطان
الافقيان للنقطتين المطلوبتين ومن حيث ان $س٢$ معلوم فلاجل ايجاد مقداري
البعدين $ص٢$ و $ص٢$ يستعمل هذا القانون

$$ص٢ = ص١ \pm \frac{س٢ + (ص٢ - ص١)}{س٢} \text{ الذي يحدث منه}$$

$$ص٢ = ١٨ \pm \frac{٧ \times ٢,١٥}{٢,٧} \pm ١٨ = \frac{١٥٠,٥}{٢٧} \pm ١٨ = ٥٧ \pm$$

فيكون حينئذ مقدار بعد النقطة $م٢$ هو $ص٢ = ٢٣,٥٧$ ومقدار
بعد النقطة $م٢$ هو $ص٢ = ١٢,٤٢$ بالتقريب فيكون للكمية

$س٢$ مقداران متساويان ومختلفا الاشارة لانه يمكن اخذ النقطة $م٢$ من

كتجاهتي Γ مقداراً δ يقابلان بالتوالي هاتين النقطتين اللتين لا بد
وان يكون مقداراً بعدهما مختلفين

(١٦٧)

إذا توازي مستقيمان توازي مسقطاهما الاقبيان بالضرورة وتزايدت مقادير
ابعاد نقطتهما في جهة واحدة ويلزم ان يكون البعدان الاقبيان لنقطتين من
كل مستقيم مناسبين لفاضل مقداري بعدهما انظر (بند ٢٢)
وبالعكس أي إذا توفرت هذه الشروط لا بد وان يكون المستقيمان متوازيين
فيسهل حينئذ مد مستقيم موافق لآخر معلوم من نقطة معلومة

(١٦٨)

(المسئلة السادسة) إذا كان المطلوب إيجاد الزاوية الواقعة بين مستقيمين
يقال

إذا لم يتقاطع المستقيمان المفروضان بمد من نقطة ما موازيان لهما انظر (بند ١٦٧)
فتكون الزاوية الواقعة بينهما هي الزاوية المطلوبة ولايجاد هذه الزاوية يمكن
استعمال طريقتين نذكرهما فنقول

*(أولاً) يؤخذ على المستقيمين α و β كما في (الشكل ١٥٢) نقطتان
متحدتان مقداري البعدين ولذا يبحث على المستقيم β عن النقطة ϵ التي
يساوي مقدار بعدها مقدار البعد المعلوم للنقطة Γ من المستقيم α فيكون
المستقيم Γ ع حينئذ اقياً ومساوياً للمسقطه Γ ع انظر (أولاً من بند ٥٦) وإذا
بحث عن الطولين ϵ و Γ كما في (بند ١٦٣) للجزئين Γ و ϵ من المستقيمين
 α و β علمت ثلاثة اضلاع المثلث Γ و ϵ فيمكن حينئذ ان يستخرج من ذلك
الزاوية المطلوبة Γ و ϵ فإذا فرض ان المستقيم α معلوم بالنقطة δ التي مقدار
بعدها (٢٣,٥) وبالنقطة Γ التي مقدار بعدها (٢٨,٢) وبالمسقط Γ و δ = ٢٠,٢
وان المستقيم β معلوم بالنقطة δ التي مقدار بعدها (٢٣,٥) وبالنقطة
 ϵ التي مقدار بعدها (٢٤,١) وبالمسقط δ و ϵ = ٢٠,٤٥

يتحصل اولا النقطة ع بواسطة القانون المقررى (بند ١٦٣) فيكون

$$دع = \frac{(٢,٨ - ٣,٥) \cdot ٠,٠٤٥}{١,٢٤ - ٣,٥} = \frac{٣,١٥}{٢,٢٦} = ٠,١٤$$

بالتقريب ثم يحدث من القانون المقررى (بند ١٦٥) ع = ٠,٤٩ + ٤

$$٢,١٢ = م \quad و \quad ١,٩٦ + ٠,٤٩ = ٠,٥٦$$

و = ١,٤٠ ثم يستخرج من علم المثلثات هذان القانونان

$$جت \frac{١}{٢} د = \frac{س(١ - س)}{م ع}$$

$$و \quad ظا \frac{١}{٢} د = \frac{س(م - س)(ع - س)}{س(١ - س)}$$

بجعل س = م + ن + و وبوضع المقادير المتقدمة وهى م =

$$٠,٥٦ \quad و \quad ع = ٢,١٢ \quad و \quad و = ١,٤٠ \quad \text{فى القانون}$$

المذكور ينتج

$$س = \frac{١,٤٠ + ٢,١٢ + ٠,٥٦}{٢} = ٢,٥٤ \quad \text{فيكون}$$

$$س - م = ٠,٩٨ \quad و \quad س - ن = ٠,٤٢ \quad و \quad س - و = ١,١٤$$

ومنه ينتج

$$ظا \frac{١}{٢} د = \frac{٠,٤٢ \times ٠,٩٨}{١,١٤ \times ٢,٥٤} \quad \text{فينتج بالضرورة}$$

$$\text{لونا } ظا \frac{١}{٢} د = \frac{١}{٢} \text{ لونا } ٠,٩٨ + \frac{١}{٢} \text{ لونا } ٠,٤٢$$

$$+ \frac{١}{٢} \text{ تمام لونا } ٢,٥٤ + \frac{١}{٢} \text{ تمام لونا } ١,١٤ =$$

$$٤,٧٩٧٥٨٣١٤ + ١,٨١١٦٢٤٦٤ + ٢,٩٩٥٦١٣٠٤$$

$$+ ٤,٩٧١٥٤٧٥٧ = ٩,٥٧٦٣٦٨٤$$

$$\text{لونا } ظا (٢٤ ٢٩ ٢٠) \text{ فيكون } د = ٥٤ ١٨ ٤١$$

* (وثانيا) * يمكن اخذ طواين متساويين على الضلعين ا و ب من

الزاوية المطلوبة ولذلك يؤخذ على ا نقطة م ويبحث عن الطول الحقيقى

للمستقيم د م انظر (بند ١٦٥) ثم نعين على ب نقطة د بحيث
 يكون د = د م انظر (بند ١٦٦) ويوصل م الى د ويبحث
 ايضا عن الطول الحقيقي للمستقيم م د فيعلم ثلاثة اضلاع المثلث د م د
 وحينئذ نحسب الزاوية د بواسطة القوانين المستخرجة من حساب المثلثات
 ولم نطبق هذه الطريقة على مثال لسهولة الترن عليها

(١٦٩)

(المسئلة السابعة) اذا كان مستو معلوما بمقياس ميله ومسقط نقطة
 منه والمطلوب ايجاد مقدار بعدها يقال

مقياس الميل كافي (الشكل ١٥٣) حيث كان معيناً بمسقطه ه و بمقداري
 بعدى النقطتين م و د اللذين هما (٣٠٤ و ٣٨١) وكانت
 المسافة م د مساوية ٢٠٠٠ يبحث اولاً عن النقطتين ع و ك اللتين
 مقداراً بعديهما بالتوالي العددان الصحيحان ٣ و ٨ انظر (بند ١٦٢) ثم
 تقاس المسافة ع ك وتقسّم الى خمسة اجزاء متساوية ويكتب بجوار
 نقط هذه التقاسيم ٤ و ٥ و ٦ و ٧ وبهذا يسهل مد القسمة وايجاد
 اى نقطة اريد معرفتها لكن يمكن الاستغناء عن ذلك متى اريد ويكفي التنبيه الى ان
 النقطة س توجد على افق من المستوى الذى يكون مسقطه الافقى ط عموداً
 على ه ويقطع ه فى نقطة ر يبحث عن مقدار بعدها انظر (بند ١٦٣)
 فيكون عين مقدار بعد النقطة س

وليفرض مثلاً ان النقطة ر قد وقعت بين النقطتين م و د وان م ر =
 ٢٠٣٦ ومعلوم فى القانون المقرر فى (بند ١٦٢) وهو

$$\frac{صه}{صه} = \frac{صه + سه}{صه - سه}$$
 ان $صه = ٢٣٠٤$ و $صه = ٢٨١٢$ و $سه = ٢٥$ و $سه =$
 ٢٣٦ فيكون

صه - صه = ١٢, ٨ - ٥٤, ٣ = ٥٨, ٤ فيحدث
حينئذ بالتبديل

$$\begin{aligned} \text{صه} &= ٥٨, ٤ + \frac{٢, ٦ \times ٥٨, ٤}{٥} + ٥٤, ٣ = ٥٨, ٤ + ٣, ٥٤ \\ &= ٠, ٧٢ \times ٣, ٢٩٧٦ + ٥٤, ٣ \text{ فيكون حينئذ مقدار} \\ \text{البعد المطلوب النقطة صه هو صه} &= ٨٣٧٦, ٦ \end{aligned}$$

ويرسم مقياس الميل لمستوي بخطين متوازيين متقاربين جدا ويقسم دائما الى
اجزاء متساوية بحيث تصنع مقادير ابعاد نقط التقاسيم سلسلة اعداد صحيحة لانه
يسهل حينئذ ايجاد مقادير ابعاد عدة نقط المستوى المختلفة

(المسئلة الثامنة) اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين يقال
ان هذه المسئلة قد تقدم حلها في (بند ١٠٠) باستعمال مسقطين فينبغي
اجراء العمليات التي اجريت في حلها غاية ما فيه يعوض المساقط الرأسية
بمقادير الابعاد فيقال

(اولا) اذا لم يكن المسقطان هـ و هـ كما في (الشكل ١٥٤)
لمقياسي الميل متوازيين يؤخذ نقطتان م و ن على هـ مقدارا
يعدهما العددا الصعيان ٨ و ٣ انظر (بند ١٦٣) ويقاس البعد
الافقي م ن الذي وجد مساويا ٠, ٧٢ و ٠, ٤٣ ويبحث على هـ عن نقطتين
م و ن متحدين في مقداري بعدهما مع النقطتين الاوليين وهما ٨ و ٣
ويقاس البعد الافقي م ن الذي وجد مساويا ٠, ٤٣ و ٠, ٤٣ ثم يمد من
النقطتين م و ن اقليان ط و ط يتقاطعان في نقطة ط من
التقاطع المطلوب مقدار بعدها (٨) ويمد كذلك من النقطتين ن و ن
اقليان آخران ح و ح يتقاطعان في نقطة اخرى ح من المقاطع الذي
تم تعيينه بهما مقدار بعدها (٣)

(وثانيا) اذا كان المسقطان هـ و هـ متوازيين كما في (الشكل ١٥٥)
فلا يتقاطع حينئذ المستقيمان ط و ط والمستقيمان ح و ح الا ان المسقطين

في هذه الحالة يكون موازيا τ و τ و مارا ولا بد من نقطة تقاطعهما
 اللانهاية ولايجاد نقطة منه يؤخذ على τ و τ نقطتان حيثما اتفق
 τ و τ يوصلان بمستقيم α ثم يد على α و α مستقيم β
 مواز α فيصير هذان المستقيمان α و β اقليين لمستو ثا ث قاطع
 للمستويين المقروضين في مستقيمين α و α يتقاطعان في نقطة α
 من التقاطع المطلوب فاذا مدام α من α مواز للمسا قاطع الاقليين كان
 هو α ويمكن لايجاد مقدار بعد النقطة α حساب هذا المقدار على احد
 المستقيمين α و α ويمكن ايضا التنبيه على ان التقاطع α حيث
 كان اقليلا لا بد ان يقابل α و α في نقطتين متحدتي مقدار البعد وهذا
 المقدار هو عين مقدار النقطة α ايضا

* (وثالثا) * من البين انه اذا مدم مستقيمان آخران كيف ما اتفق كاستقيمي
 α و β امكن ايجاد عدة نقط كالنقطة α مهما اريد من التقاطع
 α فيقتض هذا الحل يليق ايضا بالحالة التي يصنع فيها المسقطان الاقليان
 α و α بدون ان يتوازي زاوية صغيرة جدا بحيث لا يمكن تلاقي المستقيمين
 τ و τ والمستقيمين α و α الا خارج حدود الرسم ويوجد كما تقدم في الحالة
 الثانية نقطتان بالوصل بينهما يحدث α ولايجاد مقدارى بعدى النقطتين
 α و α يمكن ان يمد من هاتين النقطتين اقليان لا حد المستويين
 ويبحث عن مقدارى بعدى النقطتين اللتين يقابل فيهما هذان الاقليان
 مقياس الميل

* (المسئلة التاسعة) * اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستقيم مع مستو
 يقال

يبد من نقطة من المستقيم المعلوم و كما في (الشكل ١٥٦) مستقيم ما
 τ يعتبر اقلييا المستو مارا بالمستقيم و ثم يمد في المستوى المعلوم افق α

متحد مقدار البعد مع المستقيم ط فيكون كل من هذين المستقيمين ط و ح في مستواقي ويتقاطعان في نقطة س من تقاطع المستوي المعلوم مع المستوي (و ط) فاذا مد مستقيمان اقيان آخران ط و ح متحد المقدار ايضا تقاطعا في نقطة ثانية س من التقاطع ي الذي تم تعيينه بهما والذي يقابل المستقيم و في نقطة ن وهي النقطة المطلوبة

(المسئلة العاشرة) اذا كان المطلوب انزال عمود من نقطة معلومة على مستوي معلوم يقال

حيث كان مسقط العمود عمودا على مسقط اقي المستوي لزم ان يكون موازيا ه وان تكون مقادير الابعاد زيادة عن ذلك في جهة مضادة لجهة مقادير ابعاد مقياس الميل وان يكون ميلا هذين المستقيمين متممان لبعضهما وبيان ذلك ان يفرض من النقطة التي يقابل فيها العمود ن المستوي خط اعظم ميلا ا فيكون المستوي (ا ن) رأسيًا فاذا اعتبر مستويا رأسيًا للمسقط كما في

(الشكل ١٥٧) كان ا و ن على خط الارض خ ض وتقاطع المستقيمان ا و ن في نقطة س وصار اعمودين على بعضهما فتكون الزاويتان الواقعتان بينهما و بين خ ض متممتين لبعضهما فينتج ظا - = ظت

ا لكن اذا انزل عمود س ه على خ ض ومد الاقيان ال و د ك
نتج ظت ا = س د ا و ظا - = س د ك ومنه ينتج
ال : س د ل :: س د ك : د ك

بحيث لو اخذ د ك = س د ل لتحصل س د ك = ال فينتج

اذا اخذ على ه كافي (الشكل ١٥٨) البعد م م = ٢٠, ٦٥

على مقتضى المقياس الاختصاري وكان فاضل مقداري البعدين

ص ه - ص د = ٢٥ واخذ بالمقياس المذكور البعد ع ع = ٢٥

* (١٥٣) *

على \hat{N} فنحصل $\hat{V}_1 - \hat{V}_2 = \hat{V}_1 = ٢٥, ٦٥$ وينتج بالضرورة
 $\hat{V}_2 = \hat{V}_1 - \hat{V}_2 = ٢٥, ٦٥ = ١٨, ٦٧ - ٢٥, ٦٥ = ٤, ٥٣$

* (١٧٣) *

* (المسئلة الحادية عشر) * اذا كان المطلوب مد عمود من نقطة معلومة على
 مستقيم معلوم يقال

يبدأ أولاً من النقطة ع مستو عمود على المستقيم المعلوم و فيكون مسقط
 مقياس ميله \hat{H} موازياً و \hat{V} ثم يبحث عن التقاطع \hat{S} للمستقيم
 و مع المستوى فيكون موقع العمود المطلوب ويكون هذا العمود حيث نذ
 المستقيم الواصل من النقطة الحادثة \hat{S} الى النقطة المعلومه ع

* (١٧٤) *

* (المسئلة الثانية عشر) * اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الواقعة بين مستقيم
 ومستوي يقال

ينزل من نقطة من المستقيم عمود على المستوى انظر (بند ١٧٢) ثم يبحث عن
 الزاوية الحادثة من هذا العمود والمستقيم المعلوم انظر (بند ١٦٨) فتكون
 هي المئمة للزاوية المطلوبة انظر (ثانياً من بند ١١٩)

* (١٧٥) *

* (المسئلة الثالثة عشر) * اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الواقعة بين مستويين
 يقال

ينزل من نقطة اختيارية م عمودان \hat{N} و \hat{M} على المستويين المعلومين
 انظر (بند ١٧٢) فتكون الزاوية الحادثة من هذين العمودين كما في
 (بند ١٦٨) هي قياس الزاوية الواقعة بين المستويين المذكورين انظر
 (ثامناً من بند ١٢٧)

* (١٧٦) *

* (المسئلة الرابعة عشر) * اذا كان المطلوب ان يمد من مستقيم معلوم مستو
 يصنع مع مستوي الاقتران زاوية معلومة يقال

ان ميل اى مستوي على مستوى الاقتران يساوى ميل مقياس ميله وليكن مقدار
الميل المعلوم للمستوى المطلوب على مستوى الاقتران $\frac{5}{2}$ فاذا مد من النقطة
م كافي (الشكل ١٥٩) خط اعظم ميلا في المستوى المطلوب وفرض
معرفة الاثر الافقى ١ لهذا الخط الاعظم ميلا حدث مثلث ام م فيه
 $\frac{م}{م} : \frac{م}{م} :: \frac{5}{2} : ٤$ ومن حيث ان $\frac{م}{م} = \frac{٢١٣}{٢٠٤}$ يكون
 $\frac{م}{م} = \frac{٢٠٤}{٢١٣}$ فاذا حول هذا البعد الى المقياس المتفق عليه
فى (بند ١٦١) صار $\frac{م}{م} = \frac{٢٠٤}{٢١٣}$ فيلزم حينئذ جعل النقطة م مركزا
واخذ نصف قطر يساوى $\frac{٢٠٤}{٢١٣}$ رسم محيط دائرة ومن المعلوم ان
الاثر الافقى للمستوى لا بد ان يمر بالاثرين الاقبيين للمستقيم المعلوم والخط
الاعظم ميلا وانه زيادة على ذلك لا بد وان يكون عمودا على المسقط الافقى للخط
الاعظم ميلا فيلزم ان يكون مماسا للدائرة المذكورة واما من الاثر الافقى
للمستقيم و المعلوم لكنه قد يتفق وقوع هذا الاثر الافقى خارج حدود الرسم
وان يكون نصف قطر الدائرة كبيرا الا انه يمكن ان يوضع الشكل على مستوي
مواز للمستوى الاقتران وان ينتخب مثلا المستوى المار بالنقطة ٥ المساوى
مقدار بعدها ٧ فينتد لا يكون مقدار بعد النقطة م المنتسبة الى هذا
المستوى الجديد الا $\frac{٢١٣}{٢٠٤} - \frac{٢٠٤}{٢١٣} = \frac{٢٦}{٢١٣}$ وهذا هو ارتفاع المثلث
انقائم الزاوية وينتج من ذلك قاعدة هذا المثلث او قطر الدائرة بواسطة هذه
المتناسبة

$\frac{٢٠٤}{٢١٣} : ٧ :: ٥ : ٤$ ومنه ينتج $\frac{٢٠٤}{٢١٣} = \frac{٤}{٥} = \frac{٨٠}{٢١٣}$
ثم ان المستوى المار من النقطة ٥ يقطع المستوى المطلوب فى خط افقى
يكون مسقطه الافقى عمودا على مسقط الخط الاعظم ميلا فاذا رسم بجعل
النقطة م مركزا واخذ نصف قطر يساوى $\frac{٨٠}{٢١٣}$ محيط دائرة ج
ومد من النقطة ٥ خط مماس له فى النقطة ع كان المستقيم م ع مسقط

مقياس ميل المستوى المطلوب ويمكن ان يمد من النقطة \odot خط آخر مماس
للدائرة \odot ج وبالوصل بين نقطة التماس \odot ع والنقطة \odot م يتحصل مسقط
مقياس ميل مستوي آخر يليق بحل المسئلة المفروضة

فاذا كانت النقطة \odot على الدائرة اي اذا كان \odot م \odot يساوي ٢٠٤٨ ر ٠
كان للمسئلة حل واحد وكان المستقيم \odot نفسه مقياس ميل المستوى لان
ميل المستقيم \odot في هذه الحالة يكون مينا بهذه النسبة

$$\frac{0}{2} = \frac{70}{28} = \frac{7-13}{2,8}$$

ولا حل للمسئلة اذا كانت النقطة \odot داخل الدائرة او كان \odot م \odot اصغر من
٢٠٤٨ ر ٠ لان ميل المستقيم \odot يكون حينئذ اكبر من $\frac{0}{2}$ فلا يمكن
ايجاده بالضرورة على مستوي يساوي مقدار خطه الاعظم ميلا على مستوى
الاقتران ميلا مساويا $\frac{0}{2}$

(في المساقط المائلة والظلال الساقطة)

اذا اسقطت نقطة فراغية اسقاطا عموديا ثم مائلا على مستوي يكون المستقيم
الواصل بين المسقطين بالضرورة المسقط العمودي للمستقيم المسقط للنقطة
اسقاطا مائلا فاذا كان في الفراغ عدة نقط وكانت المستقيمت المسقطات لها
اسقاطا مائلا متوازية لزم ان تكون مساقطها متوازية ايضا ويكون حينئذ
مسقطا كل نقطة من النقط المذكورة على مستقيمت كلها متوازية اذا تقرر
هذا سهل بعد معرفة مسقطي مستقيم ومسقطي نقطة عليهما معرفة مسقطي
اي نقطة من هذا المستقيم

ومن المعلوم ان اثر المستقيم على مستوى المسقط الذي يعتبر هنا افقيا لا بد من
وجوده على كلا مسقطي المستقيم ويكون بالضرورة في النقطة التي يتقاطع

فيها هذان المسقطان

واذا كان المستقيم اتقيا \llcorner كان مسقطاه متوازيين واذا كان رأسيا
 ال مسقطه العمودى الى نقطة الا ان المسقط المائل يكون مستقيما مارا بهذه
 النقطة وموازيا للمستقيمين الواصلين بين مسقطى نقطة واحدة فاذا كان المستقيم
 موازيا للمستقيم المسقط اسقاطا مائلا لنقطة صار مسقطه المائل نقطة وكان
 مسقطه العمودى مستقيما مارا بهذه النقطة وموازيا للمستقيمين الواصلين بين
 مسقطى نقطة واحدة

ثم اذا كان مستقيمان متوازيين لزم ان يكون مسقطاهما المتحد الاسم متوازيين
 ايضا

(١٧٨)

قد يكون الاثر الافقى لمستو عمودا على المسقط العمودى نخطه الاعظم ميلا
 ويكون مسقطا مستقيما افقى من المستوى المذكور موازيين للاثر المذكور انظر
 (بند ١٧٥) ويعتضى هذا محل المسئلة الخامسة عشر

* (المسئلة الخامسة عشر) * اذا كان المعلوم المسقط العمودى لنقطة على
 مستو والمطلوب ايجاد مسقطها المائل او العكس يقال

* (اولا) * ليكن ω كما فى (الشكل ١٦٠) الخط الاعظم
 ميلا لمستو α نقطة من هذا المستقيم فلا تعين هذه النقطة فى الفراغ

عادة الا متى علم ميل الخطوط المسقطة اسقاطا مائلا ω ω المسقط
 العمودى لنقطة ω من المستوى ويمكن فرض الافقى β مارا بالنقطة
 المعلومة وداخلا فى المستوى فيبر مسقطه الافقى β بالمسقط ω ويكون

عمودا على ω وحيث كان المستقيمان β و ω موجودين فى مستو
 واحد لزم ان يتقاطعا فى نقطة μ مسقطها العمودى فى μ على تقاطع
 ω و β فاذا مد حيث μ مواز للاتجاه α ω للخطوط المسقطة

اسقاطا مائلا كانت النقطة ظ التي يقابل فيها الموازي المذكور و المسقط المائل للنقطة م من المستقيم ب لكن حيث كان هذا المستقيم افقيا كان ب موازيا ب انظر (بند ١٧٦) ثم حيث كانت النقطة م موجودة على المستقيم ب يمد من النقطة م موازيا ا يقطع المستقيم ب في النقطة المطلوبة ظ

*(وثانيا) اذا كان و هو الخط الاعظم ميلا للمستوى و نقطة من هذا المستقيم و المسقط المائل لنقطة م كائنة على المستوى يمد من هذه النقطة م افقيا ب للمستوى فيكون مسقطا هذا الافق متوازيين ويكون المستقيم ب عمودا على و فيكون حيث ب عمودا ايضا على و ومارا بالنقطة م وحيث كان المستقيمان ب و و في مستوى واحد يلزم ان يتقاطعا في نقطة م مسقطها المائل ظ الذي هو تقاطع المستقيمين و ب ومنه ينتج م واذا مده من هذه النقطة مستقيما موازيا ب كان هذا المستقيم ب ثم اذا مده من انقطة م موازيا ا قطع ب في نقطة ظ وهي النقطة المطلوبة

(المسئلة السادسة عشر) اذا علم المسقطان العموديان لنقطة ميل واتجاه المستقيمتين المسقطتين وكان المطلوب ايجاد المسقط المائل لهذه النقطة على المستوى الافقي يقال

يلزم ان يذكرفي (الشكل ١٦١) من النقطة المعلومة م مستقيم ب مواز للمستقيم المعلوم و انظر (بند ٢٤) ويبحث عن اثره الافقي فيكون هو المسقط ظ المطلوب ويمكن ايضا التوصل الى الحالة التي يكون فيها المستقيم و موازيا للمستوى الراى بتغيير مستو واتخاب خط الارض الجديد مارا

بالنقطة $م$ فيقتضى يكون المستقيم $ب$ في المستوى الرأسى صانعا مع
 $خ$ زاوية كزاوية المستقيم $و$ مع المستوى الافقى وقاطعا $خ$
 في النقطة $ظ$ المطلوبة

وهذا الحل الاخير هو الواجب استعماله متى فرضت النقطة $م$ معلومة
 بمسقطها الافقى وبمقدار بعدها كما في (الشكل ١٦٢) وفرض
 المستقيم $و$ ايضا معلوما بمسقطه الافقى وميله $ا$ او معلوما بمقدارى
 بعدى نقطتين منه يمكن ان يستنتج منهما هذا الميل فيقتضى عدم $م$ المستقيم
 $ب$ موازيا للمستقيم $و$ ويقام $م$ عمودا على $ب$ ومساويا لمقدار
 بعد النقطة $م$ المختصر بالمقياس المتفق عليه اذا لم تكن الصورة على مقدارها
 الطبيعى التى وجدت عليه ويمد من النقطة $م$ مستقيم $ب$ يصنع مع $ب$
 الزاوية $ا$ فتكون النقطة $ظ$ التى هى تقاطع $ب$ و $ب$
 المسقط المائل المطلوب

فاذا دل المستقيم $و$ على اتجاه الشعاع الضوئى كانت هذه النقطة $م$ هى
 الظل الساقط من النقطة $م$ على المستوى الافقى ويتحصل كذلك ظلها
 الساقط على المستوى الرأسى

(المسئلة السابعة عشر) اذا علم مسقط نقطة وظلها الساقط وميل الشعاع
 الضوئى وكان المطلوب ايجاد مقدار بعدها يقال

اذا وصل كما في (الشكل ١٦٢) بين المسقطين $م$ و $ظ$ للنقطة $م$
 بمستقيم دل هذا المستقيم على المسقط العمودى للمستقيم $ب$ المسقط
 اسقاطا مائلا للنقطة $م$ فاذا مد حيثئذ من النقطة $م$ مستقيم $ب$
 صانع مع $ب$ الزاوية $ا$ المساوية للميل المعلوم للشعاع الضوئى واقم من

م م مساويا مقدار البعد المطلوب للنقطة م
م م عمود على ب ومد الى ان يتلاقى مع ب في النقطة م كان المستقيم

* (111) *

* (المسئلة الثامنة عشر) * اذا كان المطلوب ايجاد الظل الساطع من شكل ما كثير السطوح على المستوى الافقى يقال

ليفرض ان المطلوب ايجاد الظل الساقط على المستوى الافقى لهرم ناقص
مثلا غير متوازي القاعدةتين كما في (الشكل ١٦٣) ولنعتبر المستوى الافقى
مستوى القاعدة ١ - ج د هـ للهرم فيمكن ان تكون نقط المقطع معلومة
بمسقطين عموديين او معلومة بمساقطها الافقية وبمقادير ابعادها وحيث كانت
هذه المعالم الاخيرة موصولة بدون واسطة الى تعيين المسقط الرأسى يفرض
الهرم الناقص معلوما بمسقطيه ويؤخذ زيادة على ذلك المستوى الرأسى عمودا
على مستوى المقطع ويمكن التوصل الى هذه الحالة دائما باستعمال تغير مستو
رأسى ثم بفرض المستقيم ر الذى هو اتجاه الاشعة الضوئية معلوما بمسقطه

ر وميله | على المستوى الافقى يتحصل مسقطه الرأسى ر اذا تقر هذا
 نعين المساقط المائلة للرؤوس أ و س و ج و د و ه لقاعدة
 الهرم الناقص العليا انظر (بند ١٧٩) وبالوصل بينها بمستقيمات
 يتحصل المسقط المائل لهذه القاعدة العليا وبالوصل ايضا بين هذه المساقط
 والرؤوس المناظرة لها المنتسبة الى القاعدة ا - ب - ج - د - ه تتحصل المساقط المائلة
 لاضلاع الهرم الناقص فمن ذلك تتحصل مساقط الواجه المختلفه من هذا
 الشكل ولاجل ايجاد الظل الساقط من الهرم الناقص على المستوى الافقى
 ننبه اولاً على ان جميع الاشعة الضوئية موازية ر فالمارة من بعض نقط الضلع

١- تكون مستويا اثره الافقي ٢- فينتج ان ٣- هو الظل الساقط

لهذا الضلع وان ^ظ ا و ا الظلان الساقطان من الضلعين ^ظ ا و ا
وحيث كان المستقيم ا ب على المستوى الافقى يكون نفس ظله الساقط

فينتج بالضرورة من ههنا ان الظل الساقط لاي نقطة من الوجه ا- ا-
 يكون في ذى الاربعة اضلاع ا- ا- اي يكون ذوا الاربعة اضلاع هو
 الظل الساقط للوجه ا- ا- ويشاهد ايضا ان ا- ا- و ه- ه- د- د-
 و د- د- ج- ج- و ج- ج- ر- هي الظلال الساقطة من الواجهة ا- ا- و
 ه- ه- د- د- و د- د- ج- ج- و ج- ج- ر- وان ا- ا- ج- ج- د- د- هو الظل
 الساقط من القاعدة العليا ا- ا- ج- ج- د- د- ولكن حيث ان الظل الساقط يجب ان
 يكون خارجا عن الهرم يكون من البين وجوده منحصرا في المسافة
 ا- ا- ج- د- د- ه- ا- ر- مع طرح الاجزاء المحصورة في القاعدة
 ا- ر- ج- د- ه- من ادواء الاربعة اضلاع المذكورة
 الا انه يتعرض في نظري الظل زيادة على الظل الساقط للبحث عن معرفة اجزاء
 سطح الجسم المقروض التي تتلقى الاشعة الضوئية او المنيرة والاجزاء التي لاتقع
 عليها الاشعة الضوئية او المظلمة ويتعرض بعد ذلك الى تعيين الخط الفاصل بين
 هذين النوعين من الاجزاء ويسمى هذا الخط بالخط الفارق بين الظل والضوء لكن
 يسهل في مثالنا معرفة انه اذا مدت اشعة ضوئية من جميع نقط محيط الوجه
 ر- ر- ج- ج- يتكون اربعة مستويات آثارها الاقضية المستقيمات ر- ج- و
 ر- و ر- ج- و ج- ج- فكل شعاع ضوئي مار في المسافة المحصورة
 بين الاربعة مستويات المذكورة يقابل الوجه ر- ر- ج- ج- فيكون هذا الوجه
 مضيقا وكذلك الوجهان ج- ج- د- د- و ا- ا- ج- ج- د- د- و حيث كانت الاشعة
 الضوئية الخارجة من نقط مختلفة من الضلعين ر- و ر- ا- ا- مارة خارج
 الوجه ا- ا- ر- ا- كان هذا الوجه في الظل وكذلك الوجهان الاخران
 ا- ا- ه- ه- و ه- ه- د- د- ولهذا السبب جعلناها مظلمة فالخط المنكسر
 ر- ا- ه- د- د- يكون الخط الفارق بين الظل والضوء للسطح المقروض
 وليتنبه الى ان جملة المستويات المتكونة من الاشعة الضوئية الخارجة من

النقط المختلفة للخط المنكسر - س أ ه د د والمستوى الافقي والوجهين
 - س ج ج و ج ج د د كلاً تعين ~~كثير~~ السطوح الساتر المستقيمت
 ظ ظ ظ ظ ظ
 ا ا ه ه و ج ج و س ج و ج د ولهذا رسمت تلك الخطوط
 منقطة واما الظل الساقط من الخط الفارق بين الظل والضوء فقد رسمه ممتلئاً
 دون غيره وهذه هي كيفية التنقيط متى اريد حل مسألة تتعلق بالظل الساقط
 لكن اذا اريد حل مسألة بسيطة متعلقة بالمساقط يلزم حيث كانت الخطوط الاخر
 مساقط للخطوط المرئية ان ترسم هذه ممتلئة ايضاً

اذاعلم المسقط الافقي والظل الساقط لكثير السطوح على المستوى الافقي وكذا
 ميل الاشعة الضوئية سهل ايجاد المسقط الرأسى لكثير السطوح او مقادير ابعاد
 جميع رؤسه فيكون بالضرورة هذا الكثير السطوح معيناً معيناً تاماً بواسطة
 هذه المعالم وليكن معلوماً المسقط الافقى ا ب ج د ه ا س ج د ه لهرم ناقص
 ذي خمسة اوجه و س ا ه د د ه ا س - ظله الساقط على المستوى الافقى
 و ا ميل الشعاع الضوئى فيؤخذ ر موازياً ا ا او موازياً س -
 فيدل هذا المستقيم على المسقط الافقى للشعاع الضوئى ويمد ر صانعاً مع
 ر الزاوية ا فيكون هو الشعاع الضوئى فى المستوى الرأسى المسقط له
 ويمكن ايجاد مسقطه الرأسى ر على مستوياً رأسى خ ض ثم
 حيث كانت النقط - و ا و ه و د آثاراً اقضية للمستقيمت الموازية
 ر المارة بالتوالى من الرؤس - و ا و ه و د للهرم الناقص
 يقال اذا سقطت هذه النقط على خط الارض فى - و ا و ه و د ومد
 من هذه النقط خطوط توازى ر كانت النقط - و ا و ه و د
 فى تقاطعات هذه المستقيمت مع الخطوط الاعمدة على خ ض النازلة من النقط

- و ا و ه و د ولايجاد ا رأس الخامسة ج ينبه على انه اذا علم
 ج وجد ج كما وجدت المساقط الرأسية للرؤس الاخرى ويمكن تحصيل
 هذه النقطة ج لان من المعلوم ان المستقيمان ا ا و ر - و
 د د و ه ه التي هي المساقط المائلة لاضلاع الهرم تتلاقى في النقطة م
 التي هي مسقط الرأس م لكثير السطوح المذكور وحيث لا بد وان توجد
 هذه النقطة ج على المستقيم ج م وحيث كانت على خط يوازي ر
 مار من ج لزم ان توجد على تقاطع هذين الخطين وتكون النقطة م
 المعتبرة خارج حدود الرسم غالبا ولا تحصل النقطة ج المذكورة بواسطة
 هذه الطريقة لكن في هذه الحالة يمد من ج خط يوازي ج م مقابل
 الخط ر - في نقطة م فيكون المستقيم ج م مسقطا اقويا
 لمستقيم ج م كائنا في مستوى الوجه م ج ج - ومواز للخط م ج
 ومسقطا لافقي من هذا المستوى بالضرورة فلواخذ حيثما المسقط المائل م
 للنقطة م كافي (بند ١٧٧) ومد من النقطة م خط يوازي
 م ج او م ج كان هذا المستقيم المسقط المائل للخط م ج
 كافي (بند ١٧٧) واشتد بالضرورة على النقطة ج الكائنة ايضا
 على خط يوازي ر مار من النقطة ج وبهذه الكيفية يوجد المسقط المائل
 لاي رأس ليست على الخط الفارق بين الظل والضوء

﴿ في المساقط المخروطة وفي المنظور ﴾

إذا علت نقطة ثابته في الفراغ و نقطة ما م يكون وم

خطا مسقطا للنقطة م وتكون النقطة التي يقابل فيها هذا الخط
مستويا معلوما مسقطا مخروطيا وقطبيا للنقطة م حيث كانت النقطة و
قطب هذا المسقط فاذا اسقط كذلك جميع نقط جسم كان المسقط المخروطي
المتحصل حيثئذ هو الظل الساقط من الجسم المذكور على مستوى المسقط اذا
كانت النقطة و نقطة مضيئة او كان المسقط المذكور هو منظور الجسم
اذا كانت هذه النقطة عين الناظر ويلزم مع ذلك لايجاد الظل الساقط ان
يكون الجسم المستضيء موضوعا بين النقطة المضيئة ومستوى المسقط والا فلا
يكون الا مجرد مسقط مخروطي وقد ذكر في نظري المنظوران المستوى الذي
يقع عليه المسقط المخروطي ويسمى بمستوى المنظور يكون في العادة موضوعا
بين الجسم وعين الناظر ولا مانع من وضعه وراء الجسم المسقط اسقاطا
مخروطيا على هذا المستوى

(١٨٤)

وحيث كانت جميع المستقيبات المسقطة اسقاطا مخروطيا لجميع نقط جملة مارة
بالقطب و فمن الواضح ان جميع المساقط العمودية لهذه المستقيبات على
المستوى الهندسي تعتبر هنا افقيا تمر بالنقطة و انظر (بند ١٥٩)
وتمر كل مساقطها على مستوى المنظور بالنقطة و التي هي اثر العمود
النازل من النقطة و على هذا المستوى

والمسقطان الافقي والقطبي للنقطة م يكونان بحيث لو وصل بين م و
بمستقيم و لقابل هذا المستقيم قاعدة مستوى المنظور في موقع العمود النازل
من م على هذه القاعدة

(١٨٥)

المسقط المخروطي لمستقيم يكون مستقيما هو تقاطع مستوى المنظور مع
المستوى المار بالمستقيم والنقطة و وحيث كانت جميع المستويات المسقطة
الماثلة بالنقطة و متقاطعة ينتج حيثئذ انه اذا فرض مستقيمان و و

متوازيان تقاطع مستوياهما المسقطان لهما في مستقيم ط يوازي و و
ويقابل مستوى المنظور في نقطة - منها يمر تقاطعا هذين المستويين مع
مستوى المنظور فينتد بتقاطع المسقطان المحروطين او منظورا المستقيمين
المتوازيين ومهما كان عدد المستقيمت المتوازية فمستوياتها المسقطه تقاطع
كلها في مستقيم واحد قمر حيثند مناظر جميع هذه المستقيمت بنقطة واحدة
- تسمى بنقطة التلاقى فاذا فرض عدة جل مستقيمت متوازية كان لكل
جمله منها نقطة تلاق

فاذا كانت المستقيمت المتوازية اعمد على مستوى المنظور كان المستقيم ط
عمودا ايضا على مستوى المنظور ولم تكن النقطة - مبيانة للنقطة و كما بل
هي نفسها واذا كانت هذه المستقيمت المفروضة موازية لمستوى المنظور كان
المستقيم ط موازيا ايضا لهذا المستوى وصارت النقطة - منتقلة
فيما لانهاية له فينتد مناظر المستقيمت المتوازية والموازية لمستوى المنظور
تكون متوازية واذا كانت المستقيمت المعلومة مائلة بقدر ٤٥° على مستوى
المنظور صنع المستقيم ط ايضا زاوية قدرها ٤٥° مع مستوى المنظور
وقابله في نقطة - بحيث يكون الثلث و- و قائم الزاوية في و
متساوي الساقين فيه و- = و و اذا كانت المستقيمت المتوازية
المذكورة في هذه الحالة افقية كان المستقيم ط اقيا ايضا وكانت نقطة
التلاقى - والنقطة و على مواز واحد لقاعدة مستوى المنظور فتكون
نقطة التلاقى في هذه الحالة مسماة بنقطة البعد ويوجد نقطتا بعد احدهما
في احدى جهتي النقطة و والاخرى في الجهة الاخرى المقابلة لها

يتعين المستوى غير المنتهى باثريه على المستوى الهندسى وعلى مستوى
المنظور كما بينه في حل المسئلة التاسعة عشر
(المسئلة التاسعة عشر) اذا علم المسقط العمودى لنقطة ك كائنة

على مستو معلوم بأثر به وكان المطلوب إيجاد مسقطها المخروطي أو العكس
يقال

* (أولاً) * ليسكن $ق$ و $م$ أثري لمستوي $ر$ و $س$ مسقط
نقطة من هذا المستوي على المستوي الهندسي كما في (الشكل ١٦٤)
فيمر من النقطة $س$ هذه افق $و$ من المستوي $ر$ فيكون مسقطه $و$
موازي $ق$ ويقابل مستوي المنظور في نقطة $ا$ من $و$ ويمكن
في إيجاد المسقط الثاني للمستقيم $و$ إيجاد نقطة تلاقي اقيان المستوي $ر$
ومن المعلوم ان احد هذه الاقيان وهو $و$ يوجد مع النقطة $و$ على
مستو افق ومسقطه $و$ يوازي بالضرورة $خ$ $ض$ ويقابل
مستوي المنظور في النقطة $ا$ المنسقة في $ا$ ومنه ينتج $و$ ثم يتقاطع
المستويان المسقطان للمستقيمين $و$ و $و$ في مستقيم $ط$ مواز لهما ومن
حيث انه يمر بالنقطة $و$ يلزم ان يكون كله في مستوي $(و)$ فاذا مد
حينئذ $ط$ موازي $و$ و $ط$ موازي $خ$ $ض$ كان الاثر $ر$ لهذا
المستقيم نقطة التلاقي المطلوبة ثم بالوصل بين النقطتين $ا$ و $ر$ بمستقيم
ينتج $و$ واذا وصل الآن بين $ر$ و $س$ بمستقيم $ب$ ومد هذا
المستقيم الى النقطة $ا$ من $خ$ $ض$ واقم من هذه النقطة عمود على $خ$ $ض$
الى نقطة تقابله مع $و$ يتحصل المسقط $س$ المطلوب

* (تنبية) * اذا وصل بين النقطتين $و$ و $س$ بمستقيم $ب$ كان
المستقيمان $ب$ و $ب$ المسقطين العمودين على المستوي الهندسي
وعلى مستوي المنظور للمستقيم $ب$ المسقط اسقاطا مخروطيا للنقطة $س$
* (وثانياً) * اذا علت النقطة $س$ فلاجل إيجاد $س$ يد من

النقطة س هذافقى و للمستوى ر فيلزم ان يمر و بنقطة تلاقي
 المساط القطبية لافقيات المستوى وتحصل هذه النقطة كما سبق ثم بالوصل بين
 م و س ينتج المسقط المخروطى و للافقى المذكور فيقابل م
 فى النقطة ا التى هى اثر المستقيم و على مستوى المنظور وباسقاط هذه
 النقطة على قاعدة مستوى المنظور فى النقطة $\text{ا}^{\text{ن}}$ ومد خط يوازى $\text{ق}^{\text{ن}}$ منها
 يتحصل و فتحصل النقطة المطلوبة $\text{س}^{\text{ن}}$ على هذا المستقيم بل وعلى المسقط
 الافقى للمستقيم ب المار من النقطة و الى النقطة س لكن هذا
 المستقيم يقابل مستوى المنظور فى النقطة $\text{س}^{\text{م}}$ المنسقة على $\text{خ}^{\text{ن}}$ فى $\text{ا}^{\text{ن}}$
 وبالوصل بين $\text{ا}^{\text{ن}}$ و $\text{و}^{\text{ن}}$ يتحصل مستقيم يقطع $\text{و}^{\text{ن}}$ بالضرورة فى النقطة $\text{س}^{\text{ن}}$
 المطلوبة

(المسئلة العشرون) اذا علم المسقطان العموديان لنقطة ومسقطا القطب وكان
 المطلوب ايجاد المسقط المخروطى للنقطة الاولى على مستو معلوم يقال
 ليكن و القطب و م النقطة المعلومة كما فى (الشكل ١٦٥) ويفرض مستوى
 المنظور عمودا على خط الارض ومنطبقا على المستوى الافقى فيلزم ان يكون
 مسقط القطب عمودا دائما على مستوى المنظور ويستعمل لايجاده فى النقطة $\text{و}^{\text{ا}}$
 تغيير مستورا سى انظر (بند ٤٤) وبهذا تؤول المسئلة الى مد المستقيم
 $\text{و}^{\text{ا}}$ والبحث عن اثره على مستوى المنظور فيكون المسقط الافقى لهذا الاثر
 المساوى مقدار ارتفاعه الرأسى $\text{س}^{\text{ا}}$ النقطة $\text{ا}^{\text{ن}}$ فاذا اقيم حينئذ من
 النقطة $\text{ا}^{\text{ن}}$ عمود على $\text{خ}^{\text{ن}}$ واخذ $\text{ا}^{\text{م}} = \text{س}^{\text{ا}}$ تحت النقطة
 المطلوبة $\text{م}^{\text{ن}}$

فاذا كانت النقطتان و م معلومتين بمسقطيهما الافقيين وبمقدارى
 بعديهما يبحث على المستقيم و م عن مقدار بعد النقطة التى تنسقط

في النقطة $\text{أ}^{\text{ن}}$ انظر (بند ١٦٢) ويؤخذ $\text{إ}^{\text{م}}$ مساويا للمقدار المذكور فيحصل المطلوب

(المسئلة الحادية والعشرون) اذا علم مسقطان افقي ومخروطي لنقطة ومسقطا القطب وكان المطلوب ايجاد المسقط الرأسى للنقطة يقال

مستوى المنظور هو مستوى رأسى اسقط عليه المستقيم وم انقاطا عموديا انظر (اولا من بند ١٨٦) وحيث علم المسقطان الاقيان

$\text{و}^{\text{ن}}$ و $\text{أ}^{\text{ن}}$ لنقطتين من هذا المستقيم ومقدار الارتفاعهما $\text{و}^{\text{و}}$ و $\text{إ}^{\text{م}}$ يقال

اذا نزل حيث ن من $\text{و}^{\text{ن}}$ و $\text{أ}^{\text{ن}}$ عمودان على $\text{خ}^{\text{ض}}$ واخذ $\text{و}^{\text{و}} = \text{و}^{\text{و}}$

و $\text{أ}^{\text{أ}} = \text{إ}^{\text{م}}$ ووصل بين $\text{و}^{\text{أ}}$ لا يبق الا انزال عمود من النقطة $\text{م}^{\text{ن}}$

على $\text{خ}^{\text{ض}}$ فيقطع $\text{ب}^{\text{ب}}$ في النقطة المطلوبة $\text{م}^{\text{م}}$

(المسئلة الثمانية والعشرون) اذا كان المطلوب ايجاد منظور كثير سطوح يقال

ليكن المطلوب منظور كثير السطوح المبين في (الشكل ١٦٦) المركب من

متوازي السطوح القائم الرأسى والمركب فوقه هرم مربع فيفرض مستوى المنظور عمودا على $\text{خ}^{\text{ض}}$ ثم يطبق على المستوى الرأسى بتدويره حول اثره

الرأسى $\text{ر}^{\text{ر}}$ وهذا يرجع الى اعتبار المستوى الرأسى مستويا هندسيا ثم يبحث

لاجل ايجاد المنظور المطلوب عن مسقط نقطة النظر على مستوى المنظور بان

ينزل من النقطة $\text{و}^{\text{و}}$ على المستوى $\text{م}^{\text{م}}$ عمود يقطعه في النقطة $\text{و}^{\text{و}}$ ثم يبنى

هذه النقطة $\text{و}^{\text{و}}$ عند دوران المستوى $\text{م}^{\text{م}}$ حول $\text{ر}^{\text{ر}}$ بالضرورة على بعد

واحد $\text{ن}^{\text{ن}}$ من المستوى الافقى وعلى بعد واحد $\text{ن}^{\text{ن}}$ من المحور $\text{ر}^{\text{ر}}$

فيؤخذ حيثنذ على $و$ بعد $و$ = $و$ فينتج لنا النقطة $م$ المطلوبة
 ويشاهد ان هذا يرجع الى ان يرسم بجعل النقطة $ن$ مركزا واخذ نصف قطر
 $ن$ $و$ قوس دائرة يقطع $خ$ ض في النقطة $ا$ وان يقام من هذه النقطة
 عمود على $خ$ ض الى نقطة تقابله مع $و$ وتحصل جميع النقط الاخرى
 بهذه الكيفية واما النقطة $و$ فيمكن تحصيلها باستعمال مجرد تغيير مستواقي
 مع اعتبار $ر$ خطا ارضيا جديدا

ثم ان المستقيم $وا$ يقابل مستوى المنظور في نقطة $ا$ تحصل مثل النقطة
 و على مستوى المنظور بان يمد من $ا$ خط يوازي $خ$ ض ويؤخذ
 $ا$ $ا$ = $ن$ $ا$ وتُحصل ايضا جميع النقط الاخرى $ك$ و $ج$... من
 المنظور بالكيفية المارة فيصير المستقيم $ا$ $ك$ بعد ايجاد المنظورين $ا$ و $ك$
 للنقطتين $ا$ و $ك$ منظور المستقيم $ا$ $ك$ وكذا يقال في المستقيمات الباقية
 فيتحصل حيثنذ $ا$ $ج$ $د$ وهو منظور القاعدة السفلى لتوازي السطوح
 $وا$ $ن$ $ك$ و $ا$ $ج$ $ف$ و $ا$ $د$ $ه$ و $ا$ $ك$ $ه$ وهي منظورات
 الوجة الاربعة الجانبية الرأسية و $ا$ $ف$ $ح$ $ك$ وهو منظور القاعدة
 العليا و $ا$ $ط$ $ل$ $م$ وهو منظور قاعدة الهرم و $ا$ $ط$ $م$ و $ا$ $ل$ $ط$
 و $ا$ $ل$ $م$ و $ا$ $م$ $ك$ وهي منظورات الوجة الاربعة

ومن المعلوم ان الناظر الواقف في النقطة $و$ لا يشاهد الا الوجة $ا$ $ف$ $ه$
 من متوازي السطوح وتختفي عنه جميع الاضلاع التي لا تنسب لهذا الوجه
 المذكور ولذلك رسمت بخطوط تقطية على الشكل واما الهرم فن المعلوم ان
 الضلع $م$ $ه$ $ك$ منه ظاهر والضلع $م$ $ل$ مخبأ بالكلية لكن الضلعان
 $م$ $ط$ و $م$ $ك$ يشاهدان فوق هطى تقاطعهما مع المستوى ($ه$ $ف$ $و$)

اللتين لم نبين الا مسقطيهما الرأسيتين د° و ك° ويوجد منظوراهما
بالضرورة في النقطتين د° و ك° اللتين هما تقاطعا المستقيمين $\text{ك}^{\circ}\text{م}^{\circ}$ و
 $\text{م}^{\circ}\text{ا}^{\circ}$ مع $\text{ه}^{\circ}\text{ا}^{\circ}$

ولنبه ايضا على انه حيث كانت المستقيمان $\text{ا}^{\circ}\text{ب}^{\circ}$ و $\text{ج}^{\circ}\text{د}^{\circ}$ و $\text{ه}^{\circ}\text{ف}^{\circ}$ و $\text{ح}^{\circ}\text{ـ}^{\circ}$
افقية وموازية لمستوى المنظور تكون منظوراتها $\text{ا}^{\circ}\text{م}^{\circ}$ و $\text{ج}^{\circ}\text{ك}^{\circ}$ و
 $\text{ه}^{\circ}\text{ا}^{\circ}$ و $\text{ح}^{\circ}\text{ـ}^{\circ}$ موازية لخط الارض $\text{خ}^{\circ}\text{ض}^{\circ}$ انظر (بند ١٨٥)
وانه حيث كانت المستقيمان $\text{ا}^{\circ}\text{د}^{\circ}$ و $\text{س}^{\circ}\text{ج}^{\circ}$ و $\text{ه}^{\circ}\text{ـ}^{\circ}$ و $\text{ف}^{\circ}\text{ح}^{\circ}$ اعمدة على
مستوى المنظور يلزم ان تتقابل منظوراتها $\text{ا}^{\circ}\text{ك}^{\circ}$ و $\text{س}^{\circ}\text{ج}^{\circ}$ و $\text{ه}^{\circ}\text{ـ}^{\circ}$ و
 $\text{ف}^{\circ}\text{ح}^{\circ}$ في النقطة م° فيلزم من ذلك ان تكون النقط ـ° و ل° و ك°
على مستقيم واحد ومن المعلوم ان الاضلاع $\text{ـ}^{\circ}\text{ط}^{\circ}$ و $\text{ط}^{\circ}\text{ل}^{\circ}$ و $\text{ل}^{\circ}\text{م}^{\circ}$
و $\text{م}^{\circ}\text{ـ}^{\circ}$ لقاعدة الهرم مائلة بمقدار ٤٥° على مستوى المنظور وان
الاضلاع المقابلة لها متوازية فاذا اخذ حيث $\text{ا}^{\circ}\text{م}^{\circ} = \text{و}^{\circ}\text{د}^{\circ}$ بحيث تكون
النقطة ر° نقطة البعد يلزم ان يتقابل المنظوران $\text{ـ}^{\circ}\text{م}^{\circ}$ و $\text{ك}^{\circ}\text{ا}^{\circ}$ للضلعين
 $\text{ـ}^{\circ}\text{م}^{\circ}$ و $\text{ط}^{\circ}\text{ل}^{\circ}$ في النقطة ر° وان يتقابل المنظوران $\text{ـ}^{\circ}\text{ط}^{\circ}$ و $\text{ل}^{\circ}\text{ا}^{\circ}$
للضلعين الآخرين في نقطة اخرى ر° كائنة في الجهة الاخرى من النقطة و°
وعلى بعد منها يساوي $\text{و}^{\circ}\text{ر}^{\circ}$

ولتتم ما ذكرهنا التنبيه وذلك انه يمكن ان يتوهم من كل نقطة اريد ايجاد
منظورها اقليان احدهما عمود على مستوى المنظور والاخر مائل عليه
بمقدار ٤٥° ويمد الى تقاطع تقابلهما بمستوى المنظور ومن المعلوم ان هاتين
النقطتين تتسبان لمنظوري هذين الاقليين كل واحد لواحد فاذا وصلت حيث
اولى النقطتين بالنقطة و° والاخرى بنقطة البعد المقابلة لها حدث مستقيمان

يتقابلان في منظور النقطة المعلومة ومن البين ان هذه الطريقة المستعملة في ايجاد منظوري نقطة اسرع من غيرها في ايجاد المنظور

لاجل وضوح الشكل عادة لا يرسم المنظور في الموضع الذي وضعناه فيه هنا بل يفرض مستوى المنظور قبل انطباقه منقولا الى بعد ما اختياري او يؤخذ على مستوى المنظور محوران احدهما عمود على الآخر او يؤخذ اثره وينسب بعدا كل نقطة من المنظور الى المحورين المذكورين في اي محل اريد وسيوضح ذلك اتضاها تاما في المسئلة الثالثة والعشرون

(المسئلة الثالثة والعشرون) اذا كان المطلوب ايجاد منظور كثير السطوح ومنظور ظله الساقط على المستوى الافقي يقال

حيث كان مسقطا كثير السطوح معلومين كما في (الشكل ١٦٧) ومسقطا الشعاع الضوئي كذلك يوجد اول الظل الساقط انظر (بند ١٨١) وانلظ الفارق بين الضوء والظل ومنه تعلم الواجهة المضئة والواجهة المظلمة اذا تقر هذا يقال ليكن مستوى المنظور م عمودا على خض ويرسل من النقطة البصرية و اشعة بصرية الى جميع رؤس كثير السطوح المفروض فتقابل هذه الاشعة مستوى المنظور م في تقاطعين مواضعها بالتساويها الى محورين قائمين احدهما على الآخر وموجودين في المستوى المذكور ويختار للاختصار اثر هذا المستوى بان يرسم بالحرف س للمحور الافقي ق وبالحرف ص للمحور الرأسى ر ويرسم الشكل الكائن في مستوى المنظور م اي منظور كثير السطوح منفردا فاذا مد من النقطة و اقيان و و مائلان على ق بمقدار ٤٥ ° قطعا هذا الاثر في نقطتين ر و ر وهما المسقطان الاقيان لنقطتي البعد فيعد رسم المحورين س و ص يؤخذ مركز م =

ن^و ويقام من النقطة و^م عمود على س ويؤخذ و^م = و^و
فتحصل نقطة النظر ثم يمد من النقطة و^م خط يوازي س ويؤخذ و^م
= و^م = و^و فتحصل لنا نقطتا البعد

إذا تقرر هذا اعتبر أولا الوجه ا - ب د الذي يعتمد عليه كثير السطوح
موجودا على المستوى الافقي ولاجل ايجاد منظور نقطة يفرض من هذه
النقطة مستقيمان احدهما عمود على مستوى المنظور والاخر مائل عليه بمقدار

٤٥° فير منظور المستقيم الاول بالنقطة و^م ويمر منظور الثاني بالنقطة

و^م ويقطع المستقيم الاول ايضا مستوى المنظور في نقطة متباعدة

عن النقطة ن^ر بمقدار ا ا ويقطعه الثاني في نقطة متباعدة عن ن^ر
بمقدار ن^ر - ا ومعلوم ان هذين المستقيمين في مستوى افقي فاذا اخذ

على المحور س طول ن^ر ا = ا ا وطول ن^ر ا = ن^ر ا ومد

المستقيمان ا ا و ا ا تقاطعا في النقطة ا التي هي منظور النقطة ا

ويقطع المستقيم و - مستوى المنظور في نقطة - متباعدة عن المحور

ص بمقدار ن^ر - و وعن المحور س بمقدار ن^ر - فاذا اخذ حيث

ن^ر - = ن^ر - واقم على س العمود ن^ر - = ن^ر - كانت

النقطة - منظور النقطة - ولاجل ايجاد النقطة ج يؤخذ ن^ر - ج

= ج و يوصل بين ج و ا فيكون المستقيم الحادث منظور عمود نازل

من النقطة ج على مستوى المنظور ثم يقطع المستقيم و ج مستوى

المنظور في نقطة ج مرفوعة بمقدار ن^ر - ج فاذا اخذ حيث ن^ر - ج =

ن^ر - ج ومد من النقطة ج مستقيم يوازي س قطع ج و في النقطة

جـ المطلوبة واما النقطة دـ فحيث كان المستقيم جـ دـ اقصيا وموازيا لمستوى المنظور وتوجد في تقاطع هذا الافقي بعينه مع المستقيم دـ اـ واـ الذي هو منظور عمودنازل على مستوى المنظور المار من النقطة دـ وبالاتقال الى الوجه جـ دـ هـ فـ تحصل الرأس الثلاثة هـ و فـ و جـ كما حصل منظور النقطة ـ

واما الرأس ـ من الوجه ـ جـ هـ ـ فقد مددنا لاجل ايجاده اقصيين جـ و ـ جـ مائلين بمقدار ٤٥° على مستوى المنظور فـ منظوراهما على التوالي بنقطتي البعد رـ و رـ وتقابلان في النقطة ـ مـ المطلوبة ولاجل تحصيل منظور ـ جـ ينبغي ان يؤخذ على المحور صـ بالابتداء من النقطة نـ طول يساوي نـ رـ ويمد من النقطة المحصلة خط موازي المحور سـ ويؤخذ على هذا الموازي الى خلف طول يساوي نـ جـ ثم توصل هذه النقطة الاخيرة بالنقطة رـ لكن اذا فرض ان جملة التركيب تهيئ بوطا رأسيًا بمقدار رـ ـ يلزم اخذ نـ جـ = نـ جـ و رـ = نـ رـ ووصل جـ و رـ ببعضهما فلم يبق حينئذ الا ان يمد من النقطة رـ خط موازي رـ جـ ويوجد بهذه الكيفية منظور ـ جـ فهذان المنظوران يتقاطعان في النقطة ـ

وحيث صارت منظورات رؤس الوجه الثلاث ا د هـ معلومة وكانت جميع الالوجه الاخر متقابلة في الرأس سـ لم يبق علينا الا ايجاد منظور هذا الرأس من كثير السطوح ولتنبيه لذلك على ان المستقيم و سـ يقطع مستوى المنظور في نقطة سـ يساوي مقدار ارتفاعها الرأسى نـ سـ فاذا اخذ نـ سـ = نـ رـ و مد من النقطة سـ خط موازي سـ اشتمل هذا الموازي

لراسم ليستعمل الانسب منها بحسب ما يقتضيه رأيه في كل حالة
مخصوصة

(١٩١)

وقد بقيت تبيهاات لازمة في كيفية تنقيط الشكل نذكرها فنقول
ليتنبه أولا الى ان مسقطى اى جسم عند الناظر الواقف في نقطة غير نهائية هما
منظورا هذا الجسم بعينه وان ثبتت قلت ان كل مسقط هو الظل الساقط حين
تكون الاشعة الضوئية اعمد على مستوى المسقط اذا تقرر هذا تكون اوجه
كثير السطوح المتلاقية في النقطة s مرئية دون غيرها للناظر الواقف على
بعد غير محدود على خط عمود على المستوى الافقى فيلزم حينئذ ان ts و
المستقييات المحصلة لمحيط هذه الواجهة على المسقط الافقى ممتلئة وان يكون
ماعداهما من المستقييات تقطيا وان يكون الخط المنكسر as sc sa
عند هذا الناظر هو المحيط الظاهري لكثير السطوح
ويشاهد بالسهولة ان المحيط الظاهري بالنسبة للناظر الواقف على بعد غير
محدود على عمود المستوى الرأسى هو الخط المنكسر as sc sa
حينئذ يكون هذا المحيط والمستقييات sa و sc و sa
ممتلئة

وتنقيط هذين المسقطين يكون بلا شك للاجزاء المخبأة بمستويي المسقط وهذا
يجبرنا على ان نرسم بخطوط نقطية بعض الاجزاء التى تكامنا قريبا على وجوب
رسمها ممتلئة ثم ان الاصول المتقدمة المطبقة على جميع الاجسام التى نعتبرها
في اثناء هذا الكتاب تنقسم جميع ما يخص تنقيط مساقط الاشكال الفراغية التى
يراد بيانها وقد اسلفنا الكلام على الجزء السهل منها انظر (بند ١٦٨)

واما من جهة الظلال فكثير السطوح يسقط ظلا على الجزء
ظظ

ادج ح ف مر ا من المستوى الافقى بحيث لو ازيل الجسم وبقي الظل كانت
صورته كما فى (الشكل ١٦٨) لكن قد يخفى الجسم عن الناظر المشاهد للمسقط

الافقي جزاء من هذا الظل فيظهر له في صورة اه ف ط ح ف س ا ^{نظوظ} ولذلك لم يظلل
الا هذا الجزء من المستوى ويسهل في الاوجه المظلة معرفة ككون
الخط المنكسر ا - ج ح ف س ا هو الخط الفارق بين الظل والضوء
وينتج حينئذ ان الاوجه ا - ج د و ج د ه ف ح و ه ف س و ا د ه
و ا ه س كائنة في الظل الا ان الناظر المشاهد للمسقط الافقي لا يرى
الا الوجهين ه ف و س ا ه ولذلك لم يظلل الا هما على المسقط
الافقي ولذا اهتمنا بتوجيه الخطوط الظلية الى جهتين مختلفتين ومن
المعلوم ان الناظر لا يرى من المسقط الرأسى الا الاوجه ه ف و
ا د ه و س ا ه التي يلزم حينئذ تظليلها دون غيرها على المسقط
الرأسى

واقام من جهة المنظور فيقال من اليمين عند الناظر الواقف في النقطة و
ان المحيط الظاهري لكثير السطوح هو ا - س - ه د ا فلا يرى هذا الناظر
حينئذ الا الاوجه س - ا - و س - س - و س - ا ه و ا د ه التي منها
الاولان مستديران والاخران مظللان والمستقيمان المكونة لمحيط هذه الاوجه
الاربعة ممتلئة دون غيرها ثم انه يلزم تظليل جزء منظور الظل الساقط الكائن
خارج منظور كثير السطوح

منتصفا الضلعين المتوازيين ونقطة تقابل القطرين ونقطة تقابل الضلعين الغير
المتوازيين في شبه المنحرف تكون على خط مستقيم انظر (شكل ١٦٩)
ويتضح ذلك في شبه المنحرف المتساوي الساقين ا - ج د لان المثلثين ا - س - ج
و د - س - ج متساويان فيكون ا - س - و و س - ج متساويين ايضا
فحينئذ يقسم س - ج الى قسمين متساويين ويمر بالضرورة
بمنتصفي ا - و د ج لكن يمكن اعتبار شبه منحرف ما ا - ج د مسقطا
عموديا او مائلا شبه منحرف متساوي الساقين منطبق على ا - ج د فيكون

5016
5/51A

